

Theorie der Spinrelaxation und Intersubband-Absorption in Halbleiter-Quantenstrukturen



Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades

der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

der naturwissenschaftlichen Fakultät II – Physik

der Universität Regensburg

vorgelegt von

Josef Kainz

aus Straubing

Dezember 2003

Eine inhaltsgleiche Fassung dieser Arbeit ist erschienen im
Mensch & Buch Verlag, Berlin 2004.

ISBN 3-89820-691-2



Die Arbeit wurde von Prof. Dr. Ulrich Rößler angeleitet.
Das Promotionsgesuch wurde am 17. Dezember 2003 eingereicht.
Das Promotionskolloquium fand am 20. Februar 2004 statt.

Prüfungsausschuß:

Vorsitzender:	Prof. Dr. Wilhelm Prettl
1. Gutachter:	Prof. Dr. Ulrich Rößler
2. Gutachter:	Prof. Dr. Milena Grifoni
Weiterer Prüfer:	Prof. Dr. Andreas Schäfer

Meinen Eltern

Be thou blest, Bertram! and succeed thy father
In manners, as in shape! thy blood and virtue
Contend for empire in thee, and thy goodness
Share with thy birthright! Love all, trust a few,
Do wrong to none: be able for thine enemy
Rather in power than use; and keep thy friend
Under thy own life's key: be check'd for silence
But never tax'd for speech. What heaven more will,
That thee may furnish and my prayers pluck down,
Fall on thy head! Farewell.

WILLIAM SHAKESPEARE, *All's well that ends well*,
Act I, Scene I, Countess of Rousillon

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	v
Einleitung	1
1 Die Bandstruktur in Halbleitern und Quantenstrukturen	5
1.1 Die $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Methode	5
1.2 Löwdin-Störungstheorie	8
1.3 Das erweiterte Kane-Modell und verschiedene andere $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Modelle . .	10
1.4 Die Enveloppenfunktionsnäherung für Quantenstrukturen	13
2 Spinrelaxation von Elektronen	17
2.1 Bir-Aronov-Pikus- und Elliot-Yafet-Mechanismus	17
2.2 Spinaufspaltung und Spinrelaxation: D'yakonov-Perel'-Mechanismus .	18
2.2.1 Ursachen der Spinaufspaltung in Volumenkristallen und (001)- gewachsenen Quantenstrukturen	19
2.2.2 Numerische Berechnung der Spinaufspaltung	21
2.2.3 Spin-Präzession und Spin-Diffusion	23
2.2.4 Spinrelaxationszeiten für (001)-gewachsene Quantenstrukturen	28
2.3 Ergebnisse für Spinrelaxationszeiten	30
2.3.1 Vergleich mit Golub <i>et al.</i>	30
2.3.2 $\text{Al}_{0.35}\text{Ga}_{0.65}\text{As}/\text{GaAs}$ - und $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{Sb}/\text{InAs}$ -Quantentröge . .	32
2.3.3 Nichtmonotone Dichteabhängigkeit	35
2.3.4 Temperaturabhängigkeit der Spinrelaxation	36
2.3.5 Temperaturabhängigkeit in verschiedenen Quantentrögen . .	39
2.3.6 Vorschläge für Experimente	40

2.3.7	Vergleich mit Experimenten an symmetrischen Systemen . . .	41
2.3.8	Wertung der Ergebnisse	48
3	Einfluß der Grenzflächen-Asymmetrie auf die Spinrelaxation von Elektronen	49
3.1	Experimente und theoretische Vorarbeiten	50
3.2	Interface-Asymmetrie und $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Theorie	52
3.2.1	Löwdin-Störungstheorie ohne Spin	52
3.2.2	Korrekturterme zur Spinaufspaltung im Leitungsband	53
3.2.3	Abschätzung der Größenordnung der Spinaufspaltung	56
3.3	Ergebnisse der Mehrbandrechnung	58
3.3.1	Spinaufspaltung	58
3.3.2	Auswirkungen auf die Spinrelaxation	63
3.4	Diskussion	68
4	Spin-Effekte bei der Absorption von Licht	69
4.1	Photogalvanische Effekte	69
4.1.1	Mikroskopische Erklärung des zirkular photogalvanischen Effektes	71
4.1.2	Spin-empfindliche Sättigung der Absorption	73
4.2	Absorption von Licht in p -dotierten Quantentrögen	77
4.2.1	Herleitung mit Fermis Goldener Regel	77
4.2.2	Berechnung im Rahmen der $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Theorie	80
4.2.3	Vergleiche und Tests des entwickelten Verfahrens	82
4.2.4	Ergebnisse für den Absorptionskoeffizienten	84
4.3	Spinrelaxation von Löchern in Quantentrögen	92
4.3.1	Extraktion von Spinrelaxationszeiten	92
4.3.2	Spinrelaxationsmechanismen	94
4.4	Auswahlregeln für Intersubband-Übergänge	95
4.4.1	Löcher in (001)-gewachsenen Quantentrögen	96
4.4.2	Löcher in symmetrischen Quantentrögen mit anderen Wachstumsrichtungen	98
4.4.3	Numerische Auswertung der Spinorientierung	100
4.5	Diskussion	102
	Zusammenfassung	105
A	Matrixdarstellung des erweiterten Kane-Modells	109
B	Bandstrukturparameter	115
C	Strukturparameter der behandelten Systeme	117

D Streumechanismen	119
D.1 Relaxationszeiten	119
D.2 Winkelabhängigkeit	122
D.3 Hall- und Transport-Beweglichkeit	122
E Transformation des Luttinger-Hamiltonian	123
E.1 Transformation der Wellenvektoren	123
E.2 Transformation der Drehimpuls-Quantisierungsrichtung	124
E.3 Berechnung des transformierten Geschwindigkeitsoperators	126
Abbildungsverzeichnis	130
Tabellenverzeichnis	131
Literaturverzeichnis	133
Dank	149

Einleitung

„Die konventionelle Elektronik ignoriert den Spin des Elektrons.“ — Diese Aussage von J. M. D. Coey^{34, 191} bringt den Grundgedanken der *Spintronik* auf den Punkt, deren Ziel es ist, neben der Ladung des Elektrons auch dessen Spin für Anwendungen nutzbar zu machen.^{9, 142}

Als Geburtsstunde dieses seit einigen Jahren aktiven Forschungsgebiets darf man die Entdeckung des Riesenmagnetowiderstands-Effektes^{10, 17, 45} (*giant magneto resistance*, GMR) betrachten. Darunter versteht man eine starke Abhängigkeit des Widerstands einer Schichtstruktur aus ferromagnetischen und nichtferromagnetischen Lagen von der Ausrichtung der Magnetisierung benachbarter Schichten. Dieser Effekt wird heute bei Leseköpfen von Computer-Festplatten benutzt und ermöglicht eine enorme Erhöhung der Speicherdichte.

Die visionäre Idee des Spin-Transistors von Datta & Das⁴² begründete zwei Jahre nach Entdeckung des GMR den Durchbruch der Spintronik als aktuelles Forschungsgebiet. In ihrer Arbeit schlagen sie einen Feldeffekttransistor mit ferromagnetischen Kontakten vor, um einen spinpolarisierten Strom zu erzeugen (vgl. Abb. 1). Durch einen *gate*-Kontakt kann mittels der Spin-Bahn-Wechselwirkung (sog. Rashba-Term) der Präzessionswinkel des Spins gesteuert werden. Die *source*- bzw. *drain*-Elektroden fungieren dabei analog zu einem Polarisator bzw. Analysator in der Optik, da sie nur Spins einer bestimmten Richtung passieren lassen. Damit wird die Größe des Stroms durch die Anordnung von der Spinrichtung am *drain*-Kontakt abhängig und ist somit über die *gate*-Spannung steuerbar.

Die Arbeit von Datta & Das zog unzählige Vorschläge zur Realisierung von Spin-aktiven Bauelementen nach sich, deren praktische Umsetzung jedoch auf große Schwierigkeiten stößt. Diese sind in erster Linie durch die Ineffizienz der Spin-Injektion aus dem Ferromagneten in den Halbleiter begründet (Schmidt *et al.*¹⁵¹).

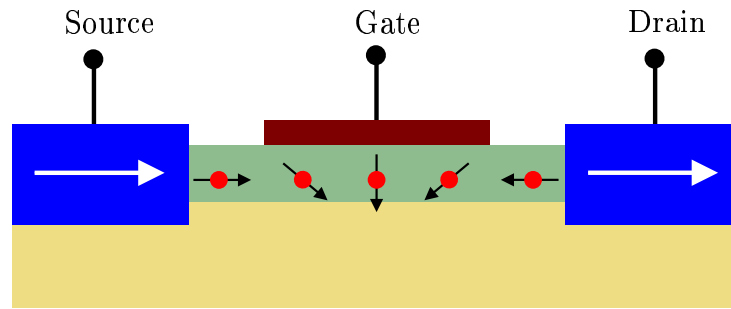


ABBILDUNG 1: Schematischer Aufbau des Spin-Transistors nach Datta & Das.⁴² In eine Halbleiter-Heterostruktur werden über einen ferromagnetischen source-Kontakt spin-polarisierte Elektronen injiziert. Diese bewegen sich (ohne Streuung) im Kanal, wobei ihr Spin aufgrund der Spin-Bahn-Wechselwirkung (Rashba-Effekt) eine Präzessionsbewegung ausführt. Die Größe des source-drain-Stroms hängt vom Präzessionswinkel ab, der durch die gate-Spannung gesteuert werden kann.

Zusätzlich dazu ist ein limitierender Faktor dadurch gegeben, daß die Funktion des Spin-Transistors auf einer Nichtgleichgewichtsverteilung der Spins (Spinpolarisation) beruht, die durch Spinrelaxationsprozesse in den jeweiligen Strukturen zerstört werden kann.

Ein weiterer wichtiger Forschungsbereich, welcher mit der Spintronik eng verknüpft ist, ist das sogenannte *quantum computing*. Darunter versteht man die Informationsverarbeitung mit Hilfe quantenmechanischer Zwei-Niveau-Systeme. Dieses noch junge Gebiet verheißt vielfältige Anwendungen, die z. B. eine enorme Beschleunigung von Berechnungen durch spezielle Algorithmen erlauben. Als mögliche Basis für einen *Quanten-Computer* werden neben Ionen in Fallen²⁰ und Quantenpunkten⁴⁴ beispielsweise auch Elektronen im Festkörper diskutiert.¹⁵⁷ Für die zuletzt genannte Variante sprechen die gute Skalierbarkeit und die hochentwickelte Wachstums- und Strukturierungstechnik für Halbleiter. Wie bei der Spintronik wird auch hier eine Realisierung unter anderem durch die Spinrelaxation der Elektronen im Festkörper erschwert, da diese die essentielle Kohärenz der Spinpolarisation zerstört.

Beim Vergleich der Probleme der oben genannten aktuellen Forschungsgebiete wird erkennbar, daß eine Umsetzung nur auf der Grundlage einer genauen Kenntnis und Kontrolle der Spinrelaxationsphänomene in Festkörpern erfolgen kann. Dies dient als Motivation für die vorliegende Arbeit.

Experimentell werden Spinrelaxationsprozesse mit optischen Methoden untersucht. Unter Ausnutzung optischer Auswahlregeln kann durch selektive Anregung einer Spinsorte eine Spinpolarisation hergestellt werden. Ebenfalls möglich ist die Beobachtung der Dynamik und Relaxation des Spin-Ensembles.^{98–100, 141, 165, 167}

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden Spinrelaxationsprozesse in sog. Halbleiter-Schichtstrukturen untersucht, wie sie auch in den erwähnten Experimenten

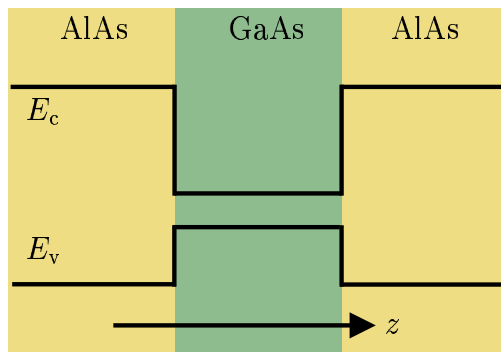


ABBILDUNG 2: Schematischer Aufbau eines AlAs/GaAs-Quantentroges mit dem Verlauf der Bandkanten des Leitungsbandes (E_c) und Valenzbandes (E_v) entlang der Wachstumsrichtung z .

Verwendung finden. Die Konzentration auf diese Systeme ist durch die weitentwickelten Möglichkeiten zur Herstellung maßgeschneiderter Strukturen mit praktisch beliebig einstellbaren Eigenschaften begründet. Zu diesen Schichtstrukturen zählen Quantentröge, bei denen eine dünne Schicht des Trogmaterials mit kleiner Bandlücke (z. B. GaAs) in ein Barrierenmaterial mit größerer Bandlücke (z. B. AlAs) eingefügt ist (vgl. Abb. 2). In Wachstumsrichtung (senkrecht zur Schichtebene) entspricht dann der Verlauf der Bandkanten einem rechteckigen Potentialtopf. Die sich darin ausbildenden quantisierten Energiezustände (Subbänder) im Leitungs- bzw. Valenzband können durch n - bzw. p -Dotierung der Barriere besetzt werden. Außerdem ergibt sich durch die räumliche Trennung von ionisierten Dotieratomen und Ladungsträgern im Trog ein elektrostatisches Potential, welches das effektive Bandkantenpotential modifiziert. Der Einfluß der Dotierung auf die Form des Einschlußpotentials ist besonders deutlich bei asymmetrisch dotierten Systemen (vgl. Abb. 3)

Das Hauptthema der vorliegenden Arbeit ist die Theorie der Spinrelaxation in Quantenstrukturen, d. h. in Trogsystemen und Einfachheterostrukturen. Ein besonderer Schwerpunkt liegt dabei auf dem Einfluß von reduzierten Symmetrien. Neben der erwähnten asymmetrischen Dotierung zählt dazu auch die fehlende Inversionssymmetrie des Kristallgitters und die mikroskopische Asymmetrie am Interface zweier Materialien.

Gliederung dieser Arbeit

- Als Grundlage aller Berechnungen führen wir in **Kapitel 1** die **\mathbf{k} - \mathbf{p}** -Theorie ein, die die Beschreibung der Bandstruktur in Halbleiter-Volumenkristallen in der Umgebung eines vorgegebenen Punktes der Brillouinzone ermöglicht. Darauf aufbauend wird mit der Enveloppenfunktionsnäherung die Subband-Dispersion in Quantenstrukturen berechnet.
- In **Kapitel 2** präsentieren wir verschiedene Spinrelaxationsmechanismen für Elektronen. Dabei bringen wir die Spinrelaxation in Zusammenhang mit der Spinaufspaltungsenergie der Elektron-Subbänder. Durch Anwendung der En-

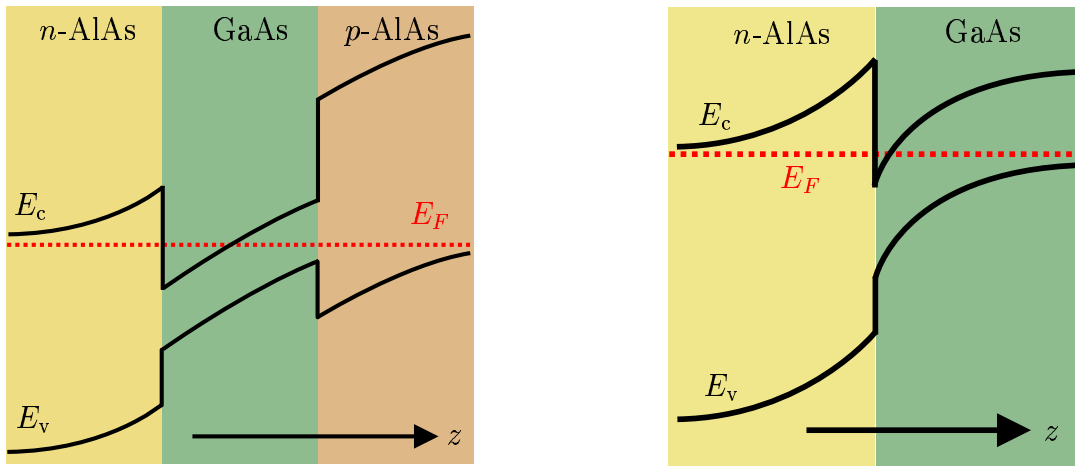


ABBILDUNG 3: Asymmetrisch dotierter Quantentrog (links) und Heterostruktur (rechts) aus AlAs/GaAs. Durch die überwiegende n -Dotierung sind mehr Donatoren als Akzeptoren ionisiert und die Fermienergie liegt teilweise im Leitungsband. Die Krümmung der Bandkanten ergibt sich durch das von ionisierten Dotieratomen und Elektronen in der Struktur erzeugte elektrostatische Potential.

veloppenfunktionsnäherung wird diese Energie berechnet, wodurch die Ermittlung von Spinrelaxationszeiten möglich wird. Des weiteren wird die vorhandene Theorie zur Spinrelaxation auf einen größeren Temperaturbereich erweitert. Den Abschluß des Kapitels bildet ein Vergleich von experimentellen Ergebnissen mit theoretischen Vorhersagen.

- Thema von **Kapitel 3** ist die Auswirkung der mikroskopischen Asymmetrie der Grenzfläche zweier Halbleiter auf die Spinrelaxation. Dazu wird der Einfluß der dadurch bedingten Korrekturterme im Hamiltonian auf die Spinaufspaltung im Leitungsband zuerst abgeschätzt und anschließend mit Hilfe der Enveloppenfunktionsnäherung quantitativ berechnet. Die sich daraus ergebenden Modifikationen der Spinrelaxation werden für verschiedene Systeme ermittelt und diskutiert.
- **Kapitel 4** widmet sich der theoretischen Berechnung des Absorptionskoeffizienten für Übergänge zwischen Loch-Subbändern in p -dotierten Quantentrögen. Die dabei erzielten Resultate ermöglichen die Extraktion von Loch-Spinrelaxationszeiten aus den Experimenten von Ganichev *et al.*^{61, 152, 153} zur polarisationsabhängigen Sättigung der Absorption. Die Gültigkeit der dabei angenommenen Auswahlregeln für optische Übergänge zwischen Loch-Subbändern wird diskutiert.
- In der abschließenden **Zusammenfassung** geben wir einen Überblick über die wesentlichen Resultate dieser Arbeit.

KAPITEL 1

Die Bandstruktur in Halbleitern und Quantenstrukturen

Die nachfolgend eingeführte $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Methode bildet die Basis für alle in dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen der Eigenschaften von (Sub-)Bändern. Das in Abschnitt 1.2 vorgestellte störungstheoretische Verfahren ermöglicht die näherungsweise Reduktion der Ordnung komplexerer $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Modelle, die anschließend in Abschnitt 1.3 vorgestellt werden. Bei der Berechnung von Spinrelaxationszeiten in Kap. 2 und 3 werden wir von dieser vereinfachten Form Gebrauch machen. In Abschnitt 1.4 führen wir schließlich die Enveloppenfunktionsnäherung ein, die die Behandlung von Quantenstrukturen im Rahmen der $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Theorie überhaupt erst ermöglicht.

1.1 Die $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Methode

Die isotrope, parabolische Dispersion (Effektivmassennäherung)

$$E_{c/v} = \pm \left(\frac{E_0}{2} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{c/v}^*} \right)$$

mit der effektiven Masse $m_{c/v}^*$ (c: Leitungsband, v: Valenzband) und der Bandlücke E_0 ist das einfachste Modell für die Bandstruktur eines direkten Halbleiters in der Nähe des Bandextremums. Abbildung 1.1 zeigt die von Chelikowsky & Cohen³⁰ berechnete Bandstruktur $E_n^{\mathbf{k}}$ von GaAs für die gesamte Brillouinzone. Valenzbandmaximum und Leitungsbandminimum befinden sich wie bei den meisten direkten

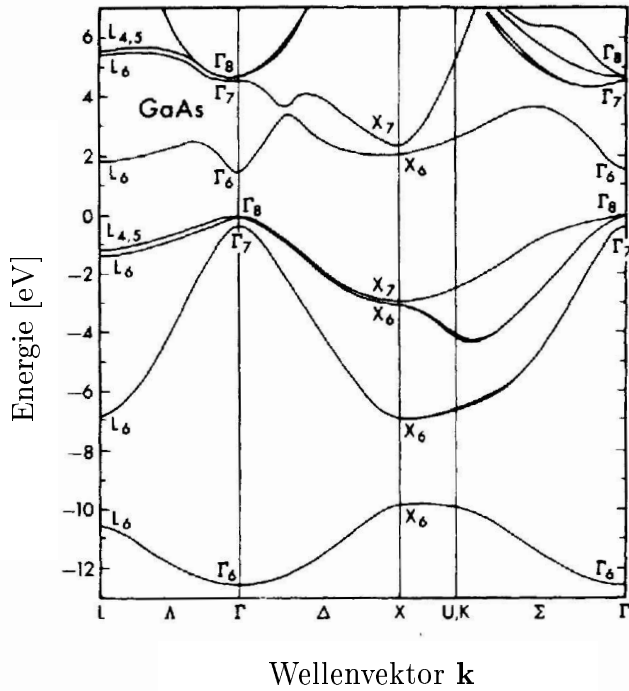


ABBILDUNG 1.1: GaAs-Bandstruktur, berechnet mit empirischen, nicht-lokalen Pseudopotentialen. (aus: Chelikowsky & Cohen, 1976³⁰)

Halbleitern am Γ -Punkt ($\mathbf{k} = \mathbf{0}$). Gut zu erkennen ist des weiteren die *Nichtparabolizität*, d. h. die Abweichung des Bandverlaufs von der idealisierten Parabelform bei zunehmendem Abstand vom Zentrum der Brillouinzone. Außerdem ist die Dispersionsrelation anisotrop bezüglich der Richtung des Wellenvektors \mathbf{k} (vgl. hierzu z. B. $\Gamma \rightarrow X$ und $\Gamma \rightarrow L$). Die Beschreibung dieser Effekte erfordert die Berücksichtigung von Zusatztermen in der Dispersion, die für das Leitungsband höher als zweiter Ordnung in \mathbf{k} sind.

Die Bandstruktur $E_n^{\mathbf{k}}$ ergibt sich aus der Lösung der Schrödingergleichung

$$\left[\frac{\hat{p}^2}{2m_0} + V_0(\mathbf{r}) \right] \Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r}) \quad (1.1)$$

für Elektronen im gitterperiodischen Potential $V_0(\mathbf{r})$. Dabei kann $\Psi(\mathbf{r})$ als Blochfunktion⁸²

$$\Psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (1.2)$$

mit gitterperiodischen Funktionen $u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ geschrieben werden. Zur Lösung der Schrödingergleichung für Kristallelektronen gibt es eine Vielzahl von Verfahren, wie z. B. die Pseudopotential-Methode³⁰ oder den *tight-binding*-Ansatz,⁸² die die Berechnung der Bandstruktur eines Halbleiters in der ganzen Brillouinzone erlauben. In vielen Fällen genügt es jedoch, die Bandstruktur nur in der Umgebung der Bandextrema zu kennen. Ein bewährtes und vielseitiges Konzept zur Behandlung dieses Problems ist die $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Methode (Luttinger & Kohn,¹¹⁶ Kane⁹⁴⁻⁹⁷). Mit ihr läßt sich die Bandstruktur eines Halbleiters in der Umgebung eines gegebenen Punktes im reziproken

Raum berechnen. Ausgehend von der Schrödingergleichung (1.1) erhält man durch Einsetzen von Gl. (1.2) eine Gleichung für den gitterperiodischen Anteil $u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ der Blochfunktionen:

$$\left[\frac{\hat{p}^2}{2m_0} + V_0(\mathbf{r}) + \frac{\hbar}{m_0} \mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} \right] u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = E_n^{\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}) . \quad (1.3)$$

Nun entwickelt man die $u_{n\mathbf{k}}$ nach dem vollständigen Orthonormalsystem¹¹⁶ der Bandkantenblochfunktionen $u_{n'\mathbf{0}}(\mathbf{r})$

$$u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \sum_{n'} c_{nn'}(\mathbf{k}) u_{n'\mathbf{0}}(\mathbf{r})$$

und erhält nach Einsetzen in Gl. (1.3) durch Multiplikation von links mit $u_{n\mathbf{0}}^*(\mathbf{r})$ und Integration über die Einheitszelle des Gitters

$$\sum_{n'} \left\{ \left[E_n^{\mathbf{0}} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} \right] \delta_{nn'} + \frac{\hbar}{m_0} \mathbf{k} \cdot \mathbf{P}_{nn'} \right\} c_{nn'}(\mathbf{k}) = E_n^{\mathbf{k}} c_{nn}(\mathbf{k})$$

mit

$$\mathbf{P}_{nn'} = \int_{\text{Einheitszelle}} u_{n\mathbf{0}}^*(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{p}} u_{n'\mathbf{0}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} .$$

Der Term proportional zu $\mathbf{k} \cdot \mathbf{P}_{nn'}$ begründet den Namen der $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Methode und wird im folgenden auch als $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Kopplung bezeichnet.

Berücksichtigt man zusätzlich den Spin der Elektronen, so werden die gitterperiodischen Anteile der Blochfunktionen zu zweikomponentigen Spinoren (Winkler¹⁸⁰)

$$|n\sigma\mathbf{k}\rangle = \sum_{n', \sigma=\uparrow, \downarrow} c_{nn'}^{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}) |n'\sigma'\rangle ,$$

mit den Bezeichnungen $|n\sigma\rangle = |n\mathbf{0}\rangle \otimes |\sigma\rangle$ und $u_{n'\mathbf{0}}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r} | n\mathbf{0} \rangle$. Aus der Schrödingergleichung (1.1) wird durch Hinzunahme der Spin-Bahn-Wechselwirkung die Pauli-Gleichung

$$\left[\left(\frac{\hat{p}^2}{2m_0} + V_0(\mathbf{r}) \right) \mathbb{1} + \frac{\hbar}{4m_0^2 c^2} (\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V_0) \cdot \hat{\mathbf{p}} \right] \Psi(\mathbf{r}) = E \Psi(\mathbf{r}), \quad (1.4)$$

wobei $\mathbb{1}$ der Eins-Operator im Spin-Raum und die Komponenten des Vektoroperators $\boldsymbol{\sigma}$ die Pauli-Spinmatrizen¹²⁹ sind. Analog zum Vorgehen beim spinlosen Fall erhält man daraus die Eigenwertgleichung für die Dispersion $E_{n\sigma}^{\mathbf{k}}$:

$$\sum_{n', \sigma'} \left\{ \left[E_n^{\mathbf{0}} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} \right] \delta_{nn'} \delta_{\sigma\sigma'} + \frac{\hbar}{m_0} \mathbf{k} \cdot \mathbf{P}_{nn'}^{\sigma\sigma'} + \Delta_{nn'}^{\sigma\sigma'} \right\} c_{nn'}^{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}) = E_{n\sigma}^{\mathbf{k}} c_{nn}^{\sigma\sigma}(\mathbf{k}) , \quad (1.5)$$

wobei

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{nn'}^{\sigma\sigma'} &= \langle n\sigma | \hat{\mathbf{p}} + \frac{\hbar}{4m_0^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \times \nabla V_0 | n'\sigma' \rangle \\ \Delta_{nn'}^{\sigma\sigma'} &= \frac{\hbar}{4m_0^2 c^2} \langle n\sigma | (\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V_0) \cdot \hat{\mathbf{p}} | n'\sigma' \rangle . \end{aligned}$$

Die Diagonalisierung von Gl. (1.5) ergibt exakte Dispersionsrelationen $E_{n\sigma}^{\mathbf{k}}$ und Entwicklungskoeffizienten $c_{nn'}^{\sigma\sigma'}(\mathbf{k})$ für beliebige \mathbf{k} und alle Bänder. Dazu müssen jedoch sowohl die Bandkantenenergien $E_{n\sigma}^0$ als auch die Matrixelemente $\mathbf{P}_{nn'}^{\sigma\sigma'}$ und $\Delta_{nn'}^{\sigma\sigma'}$ bekannt sein. Sie werden aus experimentell zugänglichen Größen bestimmt. Es ist jedoch zu beachten, daß Gl. (1.5) ein unendlichdimensionales Gleichungssystem definiert, und somit unendlich viele Parameter zu bestimmen wären. Deshalb beschränkt man sich je nach Problemstellung auf die Dispersionsrelationen weniger, benachbarter Bänder. In unserem Fall sind dies das unterste Leitungsband bzw. das oberste Valenzband und deren benachbarte Bänder. Nur zwischen diesen Bändern wird die $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ - und die Spin-Bahn-Wechselwirkung exakt berücksichtigt. Der geringe Einfluß weiter entfernter Bänder geht mittels Löwdin-Störungstheorie (vgl. Abschnitt 1.2) in die Rechnung ein. Werden N Bänder exakt berücksichtigt, so erhält man damit aus der exakten unendlichdimensionalen Eigenwertgleichung (1.5) eine N -dimensionale Gleichung. Im zugehörigen $N \times N$ $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Hamiltonian[†] werden Terme höherer Ordnung in \mathbf{k} ab einer gewissen Ordnung vernachlässigt. Für das Vorgehen in dieser Arbeit interessieren wir uns jedoch nur für Energien, die sich um wesentlich weniger als die Gap-Energie von der Bandkante unterscheiden. Die zu diesen Zuständen gehörigen Wellenvektoren liegen für die betrachteten direkten Halbleiter in der Nähe des Γ -Punktes. Die vernachlässigten Ordnungen spielen dort keine große Rolle. Erst für größere k bzw. bandkantenferne Zustände macht sich der Einfluß entfernter Bänder deutlich bemerkbar. Die in dieser Arbeit verwendeten $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Modelle werden in Abschnitt 1.3 vorgestellt.

1.2 Löwdin-Störungstheorie

Wie eben erläutert, können wir uns auf einen endlichdimensionalen $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Hamiltonian mit Termen höherer Ordnung in \mathbf{k} beschränken. Dadurch wird sowohl der Rechenaufwand als auch die Anzahl der zu bestimmenden Bandparameter reduziert. Zu erreichen ist dies durch das sogenannte *Partitioning* nach Löwdin,¹¹³ mit dem die Ordnung eines Matrix-Eigenwertproblems reduziert werden kann. Dabei werden die Zustände in zwei Klassen eingeteilt und der Hamiltonian \hat{H} bezüglich dieser beiden Klassen näherungsweise auf Blockdiagonalgestalt gebracht. Als nächster Schritt wird der für das betrachtete Problem relevante Block diagonalisiert. Diese Blockdiagonalisierung soll im folgenden näher erläutert werden.

Wir gehen von einem System orthonormierter Funktionen $\psi_n^{(0)}$ ($n = 1, \dots, N$; N beliebig) aus, die approximative Eigenfunktionen des Hamiltonian \hat{H} sind und wählen eine Linearkombination dieser Funktionen als Ansatz für die Eigenfunktion

[†]Hier unterscheiden wir noch zwischen den Bezeichnungen *Hamiltonian* und $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -*Hamiltonian*. Ersterer wirkt auf die Wellenfunktionen $\Psi(\mathbf{r})$, letzterer auf den Spinor der Entwicklungskoeffizienten $c_{nn'}$ (für festes n). Im weiteren werden die beiden Begriffe synonym gebraucht.

von \hat{H}

$$\psi = \sum_{n=1}^N \psi_n^{(0)} c_n .$$

Gesucht ist eine Lösung des Eigenwertproblems

$$\hat{H}\psi = E\psi , \quad (1.6)$$

das sich mit

$$H_{mn} = \int \psi_m^{*(0)} \hat{H} \psi_n^{(0)} d\mathbf{r}$$

als lineares Gleichungssystem

$$\sum_{n=1}^N (H_{mn} - E\delta_{mn}) c_n = 0, \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (1.7)$$

schreiben läßt. Teilt man die Zustände in zwei Klassen A und B ein, so kann man Gl. (1.7) umformulieren zu

$$(E - H_{mm}) c_m = \sum_{n \in A} H'_{mn} c_n + \sum_{n \in B} H'_{mn} c_n ,$$

mit

$$H'_{mn} = H_{mn} (1 - \delta_{mn}) .$$

Auflösen nach c_m ergibt

$$c_m = \sum_{n \in A} h'_{mn} c_n + \sum_{n \in B} h'_{mn} c_n , \quad \text{mit } h'_{mn} = \frac{H'_{mn}}{E - H_{mm}} . \quad (1.8)$$

Die Reduktion auf die Klasse A erfolgt nun durch iterative Elimination der c_n in der Summe über B in Gl. (1.8):

$$c_m = \sum_{n \in A} \left(h'_{mn} + \sum_{\alpha \in B} h'_{m\alpha} h'_{\alpha n} + \sum_{\alpha, \beta \in B} h'_{m\alpha} h'_{\alpha\beta} h'_{\beta n} + \dots \right) c_n . \quad (1.9)$$

Unter Verwendung von

$$U_{mn}^A = H_{mn} + \sum_{\alpha \in B} \frac{H'_{m\alpha} H'_{\alpha n}}{E - H_{\alpha\alpha}} + \sum_{\alpha, \beta \in B} \frac{H'_{m\alpha} H'_{\alpha\beta} H'_{\beta n}}{(E - H_{\alpha\alpha})(E - H_{\beta\beta})} + \dots$$

ergibt sich für die Koeffizienten

$$c_m = \sum_{n \in A} \frac{U_{mn}^A - H_{mn} \delta_{mn}}{E - H_{mm}} c_n$$

und damit

$$\sum_{n \in A} (U_{mn}^A - E \delta_{mn}) c_n = 0, \quad m \in A$$

$$c_m = \sum_{n \in A} \frac{U_{mn}^A}{E - H_{mm}} c_n, \quad m \in B.$$

Ersetzt man die Matrixelemente H_{mn} durch U_{mn}^A (für $m, n \in A$), so führt man das volle Eigenwertproblem auf ein genähertes Eigenwertproblem für die Klasse A zurück. Wenn die Bedingung $|h'_{mn}| \ll 1$ erfüllt ist, ist die Näherung gerechtfertigt und man kann die Reihe in Gl. (1.9) nach einigen Summanden abbrechen.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Löwdin-Störungstheorie implizit benutzt, um verschiedene $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Modelle zu vergleichen. Außerdem führen wir in Kap. 3 explizit das *Partitioning* durch, um die Beeinflussung des Leitungsbandes durch die Interface-Asymmetrie abzuschätzen, welche nur den Valenzband-Block des $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Hamiltonians modifiziert.

1.3 Das erweiterte Kane-Modell und verschiedene andere $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Modelle

Die in dieser Arbeit betrachteten Quantenstrukturen bestehen aus direkten III-V-Halbleitern mit Zinkblende-Struktur (Punktgruppe T_d). Hierbei besetzen die Atome die gleichen Gitterplätze wie bei der inversionssymmetrischen Diamantstruktur, jedoch ist durch die aus zwei verschiedenen Atomsorten bestehende Basis die Inversionssymmetrie gebrochen. Durch das im folgenden beschriebene *erweiterte Kane-Modell* (Cardona *et al.*,^{24,25} Rössler,¹⁴⁶ Mayer & Rössler¹²⁴) ist eine genaue Beschreibung der Bandstruktur solcher Halbleiter möglich. Bei Verwendung der *tight-binding*-Terminologie enthält das erweiterte Kane-Modell zusätzlich zu den p-bindenden Valenzbändern (Γ_7^v, Γ_8^v) und dem s-antibindenden Leitungsband (Γ_6^c) des *Kane-Modells*^{13,95} auch noch die p-antibindenden Leitungsbänder (Γ_7^c, Γ_8^c) (vgl. Abb. 1.2).[†]

Vor allem für die Beschreibung des Leitungsbandes von Halbleitern mit großer Bandlücke wie GaAs oder AlAs ist die Hinzunahme der p-antibindenden Leitungsbänder sinnvoll, da die Kopplung zwischen dem Leitungsband Γ_6^c und dem Valenzband (Γ_7^v, Γ_8^v) nicht wesentlich stärker ist als die Kopplung zwischen Γ_6^c und den höheren Leitungsbändern (Γ_7^c, Γ_8^c).

Als Basisfunktionen für das erweiterte Kane-Modell verwenden wir Eigenzustände zum Gesamtdrehimpuls $j = \frac{1}{2}$ und $j = \frac{3}{2}$. Diese sind jeweils Linearkombinationen

[†]Für die Bezeichnung von Gruppen und ihren Darstellungen verwenden wir die Notation von Koster.¹⁰⁷

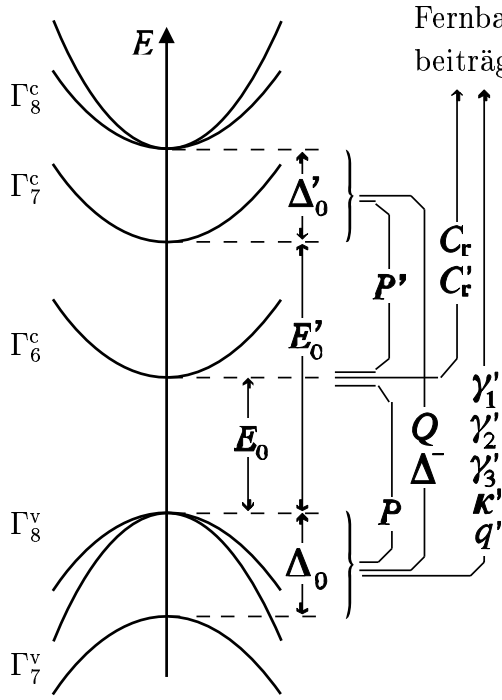


ABBILDUNG 1.2: Schematische Darstellung der Bandstruktur und der $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Kopplungsparameter beim erweiterten Kane-Modell. (aus: Mayer & Rössler, 1991^{124, 183})

(vgl. Tab. 1.1) der 14 Bandkantenblochfunktionen $|S\rangle, |X\rangle, |Y\rangle, |Z\rangle, |X'\rangle, |Y'\rangle, |Z'\rangle$ (jeweils Spin *up* (\uparrow) bzw. Spin *down* (\downarrow)), wobei $|S\rangle$ sich unter Symmetrieoperationen der Punktgruppe T_d wie ein s-Atomorbital und alle anderen sich wie p-Atomorbitale transformieren.

Der in dieser Basis dargestellte 14×14 - $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Hamiltonian des erweiterten Kane-Modells zerfällt in die Blöcke

$$H = \begin{pmatrix} \mathcal{H}_{8c8c} & \mathcal{H}_{8c7c} & \mathcal{H}_{8c6c} & \mathcal{H}_{8c8v} & \mathcal{H}_{8c7v} \\ \mathcal{H}_{7c8c} & \mathcal{H}_{7c7c} & \mathcal{H}_{7c6c} & \mathcal{H}_{7c8v} & \mathcal{H}_{7c7v} \\ \mathcal{H}_{6c8c} & \mathcal{H}_{6c7c} & \mathcal{H}_{6c6c} & \mathcal{H}_{6c8v} & \mathcal{H}_{6c7v} \\ \mathcal{H}_{8v8c} & \mathcal{H}_{8v7c} & \mathcal{H}_{8v6c} & \mathcal{H}_{8v8v} & \mathcal{H}_{8v7v} \\ \mathcal{H}_{7v8c} & \mathcal{H}_{7v7c} & \mathcal{H}_{7v6c} & \mathcal{H}_{7v8v} & \mathcal{H}_{7v7v} \end{pmatrix}.$$

Die explizite Darstellung dieser Blöcke ist in Anhang A angegeben und verwendet die folgenden Matrixelemente (vgl. Abb. 1.2):

$$\begin{aligned} P &= \frac{\hbar}{m_0} \langle S | \hat{p}_x | X \rangle, \\ P' &= \frac{\hbar}{m_0} \langle S | \hat{p}_x | X' \rangle, \\ Q &= \frac{\hbar}{m_0} \langle X | \hat{p}_y | Z' \rangle, \end{aligned}$$

Γ_8^c	$ \frac{3}{2} + \frac{3}{2}\rangle_{c'} = -\frac{1}{\sqrt{2}} (X' + iY') \uparrow \rangle$ $ \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\rangle_{c'} = \frac{2}{\sqrt{6}} Z' \uparrow \rangle - \frac{1}{\sqrt{6}} (X' + iY') \downarrow \rangle$ $ \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\rangle_{c'} = \frac{1}{\sqrt{6}} (X' - iY') \uparrow \rangle + \frac{2}{\sqrt{6}} Z' \downarrow \rangle$ $ \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\rangle_{c'} = \frac{1}{\sqrt{2}} (X' - iY') \downarrow \rangle$
Γ_7^c	$ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\rangle_{c'} = -\frac{1}{\sqrt{3}} Z' \uparrow \rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} (X' + iY') \downarrow \rangle$ $ \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle_{c'} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (X' - iY') \uparrow \rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} Z' \downarrow \rangle$
Γ_6^c	$ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\rangle_c = S \uparrow \rangle$ $ \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle_c = S \downarrow \rangle$
Γ_8^v	$ \frac{3}{2} + \frac{3}{2}\rangle_v = -\frac{1}{\sqrt{2}} (X + iY) \uparrow \rangle$ $ \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\rangle_v = \frac{2}{\sqrt{6}} Z \uparrow \rangle - \frac{1}{\sqrt{6}} (X + iY) \downarrow \rangle$ $ \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\rangle_v = \frac{1}{\sqrt{6}} (X - iY) \uparrow \rangle + \frac{2}{\sqrt{6}} Z \downarrow \rangle$ $ \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\rangle_v = \frac{1}{\sqrt{2}} (X - iY) \downarrow \rangle$
Γ_7^v	$ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\rangle_v = -\frac{1}{\sqrt{3}} Z \uparrow \rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} (X + iY) \downarrow \rangle$ $ \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle_v = -\frac{1}{\sqrt{3}} (X - iY) \uparrow \rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} Z \downarrow \rangle$

TABELLE 1.1: Die Basisfunktionen $|jm\rangle$ des erweiterten Kane-Modells. Die Quantisierungsachse des Drehimpulses ist die kristallographische Richtung [001]. Phasenkonvention: $|X\rangle, |Y\rangle, |Z\rangle$ sind reell und $|S\rangle, |X'\rangle, |Y'\rangle, |Z'\rangle$ rein imaginär gewählt. (nach: Winkler¹⁸⁰)

$$\begin{aligned}
\Delta_0 &= -\frac{3i\hbar}{4m_0^2c^2} \langle X | [(\nabla V_0) \times \hat{\mathbf{p}}]_y | Z \rangle, \\
\Delta'_0 &= -\frac{3i\hbar}{4m_0^2c^2} \langle X' | [(\nabla V_0) \times \hat{\mathbf{p}}]_y | Z' \rangle, \\
\Delta^- &= \frac{3\hbar}{4m_0^2c^2} \langle X | [(\nabla V_0) \times \hat{\mathbf{p}}]_y | Z' \rangle.
\end{aligned}$$

Durch diese wird die $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ - und die Spin-Bahn-Wechselwirkung zwischen $\Gamma_7^v, \Gamma_8^v, \Gamma_6^c, \Gamma_7^c, \Gamma_8^c$ vollständig berücksichtigt. Der Einfluß von nicht explizit berücksichtigten Bändern („Fernbandbeiträge“) geht in 2. Ordnung Störungstheorie über die Bandparameter $C_r, C'_r, \gamma'_1, \gamma'_2, \gamma'_3, \kappa', q'$ ein (vgl. Abb. 1.2).

Neben dem beschriebenen erweiterten Kane-Modell^{124, 146} (14×14) verwenden wir auch noch das Kane-Modell^{13, 95} (8×8 ; $\Gamma_6^c, \Gamma_8^v, \Gamma_7^v$), das Luttinger-Modell¹¹⁶ (4×4 ; Γ_8^v) zur Beschreibung des Valenzbandes und das 2×2 -Modell zur Beschreibung des Leitungsbandes Γ_6^c .

Diese vereinfachten Modelle erhält man durch Reduzierung des 14×14 -Modells

mit Hilfe des in Abschnitt 1.2 beschriebenen *Partitioning*. Dabei tauchen im 8×8 -Modell in den Blöcken \mathcal{H}_{8v6c} , \mathcal{H}_{6c8v} , \mathcal{H}_{7v6c} und \mathcal{H}_{6c7v} quadratische Terme in \mathbf{k} mit Vorfaktoren $B_{8v,8}$, $B_{8v,7}$ und B_{7v} auf. Außerdem sind die vorher genannten Bandparameter zu modifizieren, da die Kopplung von Γ_6^c , Γ_7^v und Γ_8^v an Γ_7^c und Γ_8^c nicht mehr exakt in die Rechnung eingeht. Im 4×4 -Modell wird zusätzlich die Kopplung von Γ_6^c mit Γ_7^v und Γ_8^v nicht mehr explizit berücksichtigt. Dies führt zu einer weiteren Modifikation der Bandparameter, die in Anhang A näher erläutert wird.

Durch Reduktion auf ein 2×2 -Modell für das Leitungsband erhält der $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Hamiltonian die einfache Form

$$H_{2 \times 2} = \left[\frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} + \mathcal{O}(k^4) \right] \mathbb{1}_{2 \times 2} + \hbar \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (1.10)$$

mit der effektiven Masse m^* , dem Pauli-Spin-Vektor $\boldsymbol{\sigma}$ und der Spinaufspaltungsenergie $2\hbar|\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k})|$. Der Term $\mathcal{O}(k^4)$ bezeichnet Korrekturen zur Effektivmassennäherung ab 4. Ordnung in k (Nichtparabolizität, *warping*¹⁴⁶). Dieses Modell ist das einfachste, das zur Beschreibung von Spin-Effekten geeignet ist, und wird in Kap. 2 verwendet, um Aussagen über die Spinrelaxation von Elektronen zu machen.

1.4 Die Enveloppenfunktionsnäherung für Quantenstrukturen

Die bisherige Darstellung der $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Theorie war an der Situation im Volumenmaterial orientiert. In dieser Arbeit werden wir uns jedoch mit Quantenstrukturen beschäftigen, bei denen, bedingt durch Schichtfolge und Dotierung der verwendeten Materialien, eine räumliche Inhomogenität sowohl des Materials als auch der Ladungsverteilung besteht.

Mit Hilfe der sog. *Enveloppenfunktionsnäherung*[†] (*envelope function approximation*, *EFA*) erreicht man eine einfache und für den Bereich kleiner Wellenvektoren $k \ll 2\pi/a$ auch genaue Beschreibung¹⁴ von Kristallelektronen in elektrischen und magnetischen Feldern, wobei angenommen wird,¹³ daß diese Felder auf der Längenskala der Gitterkonstante nur wenig veränderlich sind. Für uns ist nur der Fall eines elektrischen Feldes bedeutsam, das sich aus der durch Dotierung inhomogenen Ladungsverteilung ergibt. Wir berücksichtigen es durch ein Hartreepotential $V_H(\mathbf{r})$, das sich durch Lösung der Poissongleichung ergibt. Somit ist der Ausgangspunkt die Schrödingergleichung

$$\left[\frac{\hat{p}^2}{2m_0} + V_0(\mathbf{r}) + \frac{\hbar}{4m_0^2 c^2} ((\nabla V_0) \times \hat{\mathbf{p}}) \cdot \boldsymbol{\sigma} + V_H(\mathbf{r}) \right] \Psi(\mathbf{r}) = E \Psi(\mathbf{r}), \quad (1.11)$$

[†]Die *Näherung* bei der EFA besteht in der Vernachlässigung von Korrekturen aufgrund von Feldvariationen auf der Größenskala der Gitterkonstanten (Slater¹⁵⁹ und James⁸⁹).

in der im Vergleich zu Gl. (1.4) das auf der Längenskala der Gitterkonstanten langsam veränderliche Hartreepotential $V_H(\mathbf{r})$ hinzukommt. Außerdem ist hier das Potential $V_0(\mathbf{r})$ nur innerhalb der einzelnen Materialien der Schichtstruktur gitterperiodisch.

Wie schon in Abschnitt 1.1 entwickelt¹⁸⁰ man die Wellenfunktion $\Psi(\mathbf{r})$ nach den Bandkantenblochfunktionen $u_{n'\mathbf{0}}(\mathbf{r})$:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{n',\sigma'} \psi_{n'\sigma'}(\mathbf{r}) u_{n'\mathbf{0}}(\mathbf{r}) |\sigma'\rangle. \quad (1.12)$$

Die Wellenfunktion Ψ in einer Heterostruktur ist also eine Summe von Produkten, die jeweils aus einer schnell oszillierenden Blochfunktion $u_{n'\mathbf{0}}$ und einer sich langsam ändernden *Enveloppenfunktion* $\psi_{n'\sigma'}(\mathbf{r})$ bestehen.¹³ Setzt man nun Gl. (1.12) in Gl. (1.11) ein, so erhält man nach Multiplikation von links mit $\langle\sigma|u_{n\mathbf{0}}^*(\mathbf{r})$ und Integration über die Einheitszelle des Gitters das System gekoppelter partieller Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} \sum_{n'\sigma'} \left\{ \left[E_n^0 + \frac{\hbar^2}{2m_0} \left(\frac{1}{i} \nabla \right)^2 + V_H(\mathbf{r}) \right] \delta_{nn'} \delta_{\sigma\sigma'} + \right. \\ \left. + \frac{\hbar}{m_0} \left(\frac{1}{i} \nabla \right) \cdot \mathbf{P}_{\sigma\sigma'}^{nn'} + \Delta_{\sigma\sigma'}^{nn'} \right\} \psi_{n'\sigma'}(\mathbf{r}) = E \psi_{n\sigma}(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (1.13)$$

Formal geht diese $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Eigenwertgleichung (1.13) aus der entsprechenden Beziehung für Volumenmaterial (Gl. (1.5)) durch Addition des Potentials $V_H(\mathbf{r})$ auf der Diagonalen und die Ersetzung

$$\mathbf{k} \longrightarrow \frac{1}{i} \nabla \quad (1.14)$$

hervor.

Im Rahmen dieser Arbeit beschränken wir uns auf lateral homogene Schichtstrukturen, so daß wir bei Wahl der z -Achse in Wachstumsrichtung vereinfachend $V_H(\mathbf{r}) = V_H(z)$ schreiben können. Da die laterale Translationsinvarianz erhalten bleibt, sind die Komponenten k_x und k_y des *in-plane* Wellenvektors $\mathbf{k}_{\parallel} = (k_x, k_y, 0)$ weiterhin gute Quantenzahlen und die Ersetzung (1.14) vereinfacht sich zu

$$k_z \longrightarrow \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (1.15)$$

Damit können die Enveloppenfunktionen $\psi_{n\sigma}$ geschrieben werden als:

$$\psi_{n\sigma} \longrightarrow \psi_{n\sigma\mathbf{k}_{\parallel}}([\boldsymbol{\varrho}, z]) = \frac{1}{2\pi} e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \boldsymbol{\varrho}} \cdot \xi_{\mathbf{k}_{\parallel}}(z), \text{ mit } \mathbf{r} = [\boldsymbol{\varrho}, z],$$

wobei nachfolgend auch $\xi_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ als Enveloppenfunktion bezeichnet wird.

Durch die Strukturierung werden die Bandkantenenergien $E_n(\mathbf{0})$ und die Matrixelemente ortsabhängig (Smith & Mailhot¹⁶²):

$$\begin{aligned} E_n^{\mathbf{0}} &\longrightarrow E_n^{\mathbf{0}}(z) , \\ \mathbf{P}_{nn'}^{\sigma\sigma'} &\longrightarrow \mathbf{P}_{nn'}^{\sigma\sigma'}(z) , \\ \Delta_{nn'}^{\sigma\sigma'} &\longrightarrow \Delta_{nn'}^{\sigma\sigma'}(z) . \end{aligned}$$

Damit der $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Hamiltonian beim Übergang von Gl. (1.5) zu Gl. (1.13) hermitesch bleibt, verwendet man die symmetrisierten Ausdrücke (Morrow & Brownstein¹²⁷)

$$k_z P \longrightarrow \frac{1}{2} \left[\frac{1}{i} \partial_z P(z) + P(z) \frac{1}{i} \partial_z \right] , \quad (1.16a)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} k_z^2 \longrightarrow \frac{1}{i} \partial_z \frac{\hbar^2}{2m^*(z)} \frac{1}{i} \partial_z . \quad (1.16b)$$

Die letzte Formel weist darauf hin, daß die in der Quantenmechanik übliche¹³¹ Stetigkeit der ersten Ableitung der Wellenfunktion für Enveloppenfunktionen normalerweise nicht gegeben ist.

Im Rahmen eines Einband-Hamiltonian erhält man an einer Grenzfläche $z = z_i$ die Anschlußbedingung^{16, 110, 127}

$$\lim_{z \nearrow z_i} \frac{\xi'(z)}{m^*(z)} = \lim_{z \searrow z_i} \frac{\xi'(z)}{m^*(z)} . \quad (1.17)$$

Somit pflanzt sich eine Unstetigkeit in der effektiven Masse $m^*(z)$ in der Ableitung ξ' der Enveloppenfunktion fort. Die Anschlußbedingung für Mehrband-Hamiltonoperatoren ist Gegenstand zahlreicher Arbeiten.^{37, 166, 177, 180, 185} Wir verwenden hier die von Winkler *et al.*^{180, 185} formulierten verallgemeinerten Anschlußbedingungen.

In der vorliegenden Arbeit sind die Ergebnisse für Subband-Dispersionen und Enveloppenfunktionen durch selbstkonsistente numerische Lösung der Gl. (1.13) mit einer von Winkler^{180, 181} entwickelten Implementierung der EFA berechnet worden. Die Notwendigkeit der Selbstkonsistenz ergibt sich aus der Abhängigkeit des Hartreepotentials $V_H(z)$ von der Elektronendichte $|\xi_{\mathbf{k}_{\parallel}}(z)|^2$ über die Poisson-Gleichung.

Ausblick

In diesem Kapitel wurde die $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Methode bzw. die Enveloppenfunktionsnäherung als Basis für die nachfolgend durchgeführten Auswertungen eingeführt. Die vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten dieser Methode werden im weiteren Verlauf dieser Arbeit beispielsweise bei der Berechnung der Spinaufspaltung in elektronischen Subbändern sowie bei der Ermittlung von Absorptionskoeffizienten für Übergänge in Loch-Systemen demonstriert.

Die ebenfalls vorgestellte Löwdin-Störungstheorie ist das Bindeglied zwischen den verschieden „großen“ $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Modellen, da sie es ermöglicht deren Parameter miteinander zu vergleichen. Außerdem kann durch ihre Anwendung ein das System genau beschreibender Hamiltonian, der aber unübersichtlich ist, auf einen einfacher behandelbaren abgebildet werden. Davon werden wir im folgenden ausgiebig Gebrauch machen.

KAPITEL 2

Spinrelaxation von Elektronen

In diesem Kapitel werden die verschiedenen Mechanismen der (elektronischen) Spinrelaxation (SR) kurz vorgestellt und ihre Bedeutung diskutiert. Der dominante Mechanismus für die in dieser Arbeit behandelten Systeme wird genauer beschrieben. Anschließend erläutern wir die zur Berechnung von SRs-Zeiten verwendete Methode und erweitern die für die Grenzfälle des entarteten bzw. nichtentarteten Elektronensystems formulierte Theorie so, daß sie in einem größeren Temperaturbereich anwendbar ist. Schließlich diskutieren wir die erzielten Ergebnisse, vergleichen sie mit bisherigen theoretischen Resultaten sowie verschiedenen Experimenten und machen Vorschläge für weitere Versuche.

2.1 Bir-Aronov-Pikus- und Elliot-Yafet-Mechanismus

Die SR nach Bir, Aronov und Pikus¹⁸ (BAP) beruht auf der Elektron-Loch-Austauschwechselwirkung und kann qualitativ so beschrieben werden: Wie in Abb. 2.1

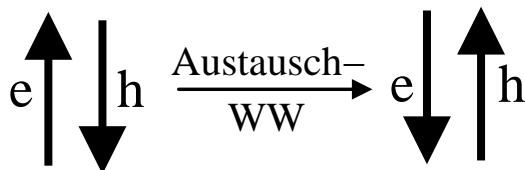


ABBILDUNG 2.1: *Schema der Spinrelaxation nach Bir-Aronov-Pikus: Vermittelt durch die Austausch-Wechselwirkung findet ein gleichzeitiger Spinflip je eines Elektrons und Lochs statt.*

dargestellt, führen je ein Elektron und ein Loch vermittelt durch die Austauschwechselwirkung gleichzeitig einen Spin-Flip durch. Bezogen auf das Elektronensystem alleine führt dies zur SR. Dieser Mechanismus kann nur auftreten, wenn sowohl Löcher als auch Elektronen im System vorhanden sind. Typischerweise entsteht eine solche Situation bei der optischen Orientierung durch Anregung vom Valenzband ins Leitungsband (bipolare Spinorientierung). Die Elektron-Loch-Wechselwirkung hat exzitonischen Charakter und wird mit zunehmender Temperatur wegen des dann zerfallenden Elektron-Loch-Paars abgeschwächt. Deshalb spielt die BAP-SR nur bei niedrigen Temperaturen eine Rolle. Bei Temperaturen bis zu etwa 50 K und signifikanten Lochkonzentrationen ist allerdings in der Regel der BAP-Mechanismus dominierend (Tackeuchi *et al.*¹⁶⁵).

In der vorliegenden Arbeit werden wir uns ausschließlich mit Systemen beschäftigen, in denen die Elektron-Loch-Wechselwirkung keine große Bedeutung hat. Dies kann unter anderem dadurch erreicht werden, daß die optische Orientierung durch Übergänge zwischen Subbändern erzeugt wird, so daß nur eine Art Ladungsträger (Elektronen oder Löcher) beteiligt ist (monopolare Spinorientierung).⁶⁴

Der SRs-Mechanismus nach Elliot⁵² und Yafet¹⁸⁸ (EY) beruht auf der Zumischung von Valenzband-artigen Anteilen zur Wellenfunktion von Leitungsband-Elektronen. Dadurch ergibt sich ein von Null verschiedener Überlapp der Wellenfunktionen von *up*- und *down*-Leitungsband-Elektronenzuständen mit verschiedenen Wellenvektoren.¹⁵⁶ Dies ermöglicht eine Spin-Flip-Streuung, die zur SR führt. Die SRs-Rate ist proportional zur (Impuls-)Streurrate. Bei Halbleitern mit großer Energielücke ist die Zumischung jedoch so gering, daß der beschriebene Mechanismus sehr ineffizient ist. So sind beispielsweise bei GaAs etwa 10^5 Streuereignisse nötig, um einen Spin-Flip zu erreichen (Averkiev *et al.*⁷).

Aus diesen Ausführungen ergibt sich, daß für die in dieser Arbeit betrachteten Systeme die Mechanismen BAP und EY keine große Rolle spielen. Wir werden sie daher im folgenden nicht weiter betrachten.

2.2 Spinaufspaltung und Spinrelaxation: D'yakonov-Perel'-Mechanismus

Der nach D'yakonov und Perel'^{48,49} (DP) benannte SRs-Mechanismus ist eng mit der Spinaufspaltungsenergie der beteiligten Elektronenzustände verknüpft. Daher werden wir nun zuerst in Abschnitt 2.2.1 kurz die Struktur der Terme erläutern, die zu einer Aufspaltung der Spinzustände führen und dann in Abschnitt 2.2.3 den Zusammenhang mit der SR herstellen.

2.2.1 Ursachen der Spinaufspaltung in Volumenkristallen und (001)-gewachsenen Quantenstrukturen

Unter Vernachlässigung von Korrekturen höherer Ordnung in \mathbf{k} kann man Gl. (1.10) als 2×2 -Effektivmassen-Hamiltonian

$$H_0 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \mathbb{1}_{2 \times 2} \quad (2.1)$$

mit einen Zusatzterm der Form

$$H_{\text{so}} = \hbar \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k}) \quad (2.2)$$

schreiben, wobei $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k})$ ein vom Wellenvektor \mathbf{k} abhängiges *effektives Magnetfeld*[†] und $\boldsymbol{\sigma}$ der Vektor der Pauli-Spinmatrizen ist. Aufgrund der Zeitumkehrsymmetrie (Kramers-Entartung¹²) ist $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$. Bei endlichem \mathbf{k} führt die Spin-Bahn-Kopplung[‡] H_{so} zu einer Energieaufspaltung $2\hbar|\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k})|$ zwischen denjenigen beiden Eigenzuständen eines Bandes, die einer Richtung des Spins parallel bzw. antiparallel zu $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k})$ entsprechen.

Kristalle ohne Inversionssymmetrie

Ein solcher Spin-Bahn-Term tritt beispielsweise in Halbleitern ohne Inversionssymmetrie (*bulk inversion asymmetry*, BIA) auf. Zu diesen gehören insbesondere Materialien mit Zinkblende-Struktur (Punktgruppe T_d), mit denen wir uns hier befassen, und bei denen die BIA-Spinaufspaltung der Elektronenzustände in niedrigster Ordnung durch den sogenannten *Dresselhaus*- oder k^3 -Term (Dresselhaus,⁴⁶ Braun²²) charakterisiert wird:

$$\boldsymbol{\Omega}_{\text{BIA}}(\mathbf{k}) = \frac{\gamma}{\hbar} \begin{pmatrix} k_x (k_y^2 - k_z^2) \\ k_y (k_z^2 - k_x^2) \\ k_z (k_x^2 - k_y^2) \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

wobei γ ein materialabhängiger Parameter ist und die Achsen des gewählten Koordinatensystems den Kristallrichtungen [100], [010] und [001] entsprechen.

(001)-gewachsene Quantenstrukturen

Im folgenden sei die z -Achse senkrecht zur Ebene der Quantenstruktur. Im Spezialfall (001)-gewachsener Quantenstrukturen, auf den wir uns hier beschränken,

[†]Im Rahmen dieser Arbeit werden nur Systeme ohne externes (statisches) Magnetfeld behandelt. Durch ein solches würde die DP-SR unterdrückt werden (vgl. Abschnitt 2.2.3).

[‡]Infolge der Ankopplung des Leitungsbandes an das Valenzband wirkt sich die für das Valenzband starke Spin-Bahn-Kopplung auch im Leitungsband aus. Im Rahmen der $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Theorie läßt sich zeigen (Braun²²), daß für verschwindende Spin-Bahn-Aufspaltung im Valenzband auch die Spinaufspaltung im Leitungsband verschwindet.

kann man in erster Ordnung Störungstheorie die Terme k_z bzw. k_z^2 durch die entsprechenden Erwartungswerte bezüglich der Subband-Wellenfunktion ersetzen und erhält (D'yakonov & Kachorovskii⁴⁷) das effektive Feld

$$\mathbf{\Omega}_{\text{BIA}}(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{\gamma}{\hbar} \begin{pmatrix} k_x (k_y^2 - \langle k_z^2 \rangle) \\ k_y (\langle k_z^2 \rangle - k_x^2) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

in Abhängigkeit vom *in-plane*-Wellenvektor $\mathbf{k}_{\parallel} = [k_x, k_y, 0]$. Es sei angemerkt, daß $|\mathbf{\Omega}(\mathbf{k}_{\parallel})|$ für $k_{\parallel}^2 \ll \langle k_z^2 \rangle$ linear in \mathbf{k}_{\parallel} ist.

In Gl. (2.4) wurde benutzt,⁴⁷ daß $\langle k_z \rangle = 0$. Wir zeigen dies hier für den Fall der Gültigkeit der Effektivmassennäherung mit einer effektiven Masse, die nicht vom Ort z abhängt. Dann ist einerseits $\langle k_z \rangle$ als Erwartungswert eines hermiteschen Operators reell und andererseits kann die Enveloppenfunktion $\xi(z)$ ohne Einschränkung reell gewählt werden. Daraus folgt dann, daß $\langle k_z \rangle = -i \int dz \xi(z) \partial_z \xi(z)$, also rein imaginär ist und somit verschwindet.

Zusatzbeitrag für asymmetrische Quantenstrukturen

In asymmetrischen Strukturen gibt es zusätzlich noch einen weiteren Beitrag zur Spin-Bahn-Wechselwirkung, der als *structural inversion asymmetry* (SIA) oder auch als *Rashba*-Term (Bychkov & Rashba²³) bezeichnet wird. Er ist in niedrigster Ordnung linear in \mathbf{k}_{\parallel} und durch das effektive Feld

$$\mathbf{\Omega}_{\text{SIA}}(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{\alpha}{\hbar} \begin{pmatrix} k_y \\ -k_x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

charakterisiert. Im Gegensatz zu γ aus Gl. (2.4) hängt der Vorfaktor α nicht nur vom verwendeten Material, sondern auch von der Stärke der Asymmetrie der Quantenstruktur in Wachstumsrichtung ab: α ist proportional zum Erwartungswert des elektrischen Feldes[†].

In einer asymmetrischen Struktur sind die BIA- und SIA-Beiträge (2.4) bzw. (2.5) zu addieren. Abhängig von der Richtung[‡] von \mathbf{k}_{\parallel} können sie sich gegenseitig verstärken oder abschwächen, so daß die Spinaufspaltung bei gegebenem $|\mathbf{k}_{\parallel}|$ eine deutliche Richtungsabhängigkeit aufweisen kann. Diese Anisotropie sowie die Bestimmung der Spinaufspaltungsparameter α und γ sind Thema zahlreicher experimenteller[§] und theoretischer^{26, 137, 140, 148, 186, 187} Veröffentlichungen.

[†]Da der Erwartungswert des elektrischen Feldes im Leitungsband exakt verschwindet (Därr *et al.*⁴⁰), handelt es sich genauer um den Erwartungswert des elektrischen Feldes im *Valenzband* (Lassnig,¹¹⁰ Winkler¹⁸²).

[‡]Die Abhängigkeit vom Betrag von \mathbf{k}_{\parallel} (siehe dazu z. B. Wissinger¹⁸⁶) wird in dieser Arbeit nicht gesondert diskutiert.

[§]Referenzen 41, 68, 91, 102, 115, 123, 143, 144, 150, 178, 179

Für die Spinaufspaltung ΔE_s an der Fermikante $|\mathbf{k}_\parallel| = k_F$ berechnet man in Abhängigkeit vom Winkel φ zwischen \mathbf{k}_\parallel und der [100]-Richtung:

$$\begin{aligned}\Delta E_s &= 2\hbar |\boldsymbol{\Omega}_{\text{BIA}}(k_F, \varphi) + \boldsymbol{\Omega}_{\text{SIA}}(k_F, \varphi)| \\ &= 2k_F \left\{ (\gamma^2 \langle k_z^2 \rangle^2 + \alpha^2) + 2\alpha\gamma \cos \varphi \sin \varphi (k_F^2 - 2\langle k_z^2 \rangle) \right. \\ &\quad \left. + \gamma^2 k_F^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi (k_F^2 - 4\langle k_z^2 \rangle) \right\}^{\frac{1}{2}}.\end{aligned}\quad (2.6)$$

Da die theoretische Formulierung der DP-SR auf dem hier vorgestellten 2×2 -Modell (2.2) für die Spinaufspaltung basiert (vgl. Abschnitt 2.2.3), ist zu prüfen, inwieweit es die im Rahmen eines „größeren“ (und realistischeren) $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Modells gewonnenen Ergebnisse für die Spinaufspaltung reproduziert.

2.2.2 Numerische Berechnung der Spinaufspaltung

Aus diesem Grund wurden vollständig selbstkonsistente numerische Berechnungen im Rahmen der Mehrband-EFA (Winkler^{180,185}) für das 14×14 und das 8×8 -Modell durchgeführt (Kainz *et al.*⁹²). Das einfachere Kane-Modell berücksichtigt BIA nur störungstheoretisch, liefert aber qualitativ die gleichen Ergebnisse für die Spinaufspaltung wie das 14×14 -Modell. Im untersten Subband einer einseitig n -dotierten, (001)-gewachsenen AlAs/GaAs-Heterostruktur ist die absolute Größe der Spinaufspaltung $2\hbar |\boldsymbol{\Omega}^{\text{num}}(\mathbf{k}_\parallel)|$ an der Fermikante jedoch um etwa 10–20 % größer. Daher basieren alle EFA-Berechnungen in diesem Kapitel auf dem realistischeren 14×14 -Modell. Die Strukturparameter (Dotierung, Abmessungen) der in diesem Kapitel behandelten Systeme sind in Anhang C aufgeführt.

Typische Ergebnisse für die Spinaufspaltung sind in Abb. 2.2 dargestellt. Auffallend ist die äußerst ausgeprägte Anisotropie in der (001)-Ebene. Für Dichten im Bereich $n \approx 3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ verschwindet die Spinaufspaltung für $\mathbf{k}_F \parallel [110]$ sogar fast völlig.

Durch ähnliche Berechnungen von Wissinger *et al.*^{186,187} konnte die mit inelastischer Lichtstreuung von Jusserand *et al.*⁹¹ und Richards *et al.*^{143,144} gemessene anisotrope Spinaufspaltung quantitativ erklärt werden. Unsere Ergebnisse stimmen mit denen von Wissinger¹⁸⁶ überein.

In Abb. 2.2 ist zusätzlich der Fit im Rahmen des 2×2 -Modells eingetragen. Dieser erfolgt so, daß zuerst aus der EFA-Rechnung k_F durch die (vorgegebene) Dichte n bestimmt wird[†]. Dann berechnet man den Erwartungswert $\langle k_z^2 \rangle$ nach der Ersetzung (1.15) direkt aus den EFA-Enveloppen und wählt anschließend α und γ so, daß durch Gl. (2.6) die numerisch berechnete Spinaufspaltung $2\hbar |\boldsymbol{\Omega}^{\text{num}}(k_F, \varphi)|$ bestmöglich

[†]Der numerisch im Rahmen der selbstkonsistenten Rechnung bestimmte Wert für k_F stimmt mit einer relativen Abweichung von weniger als 10^{-4} mit dem aus der Formel $k_F = \sqrt{2\pi n}$ bestimmten Wert überein.

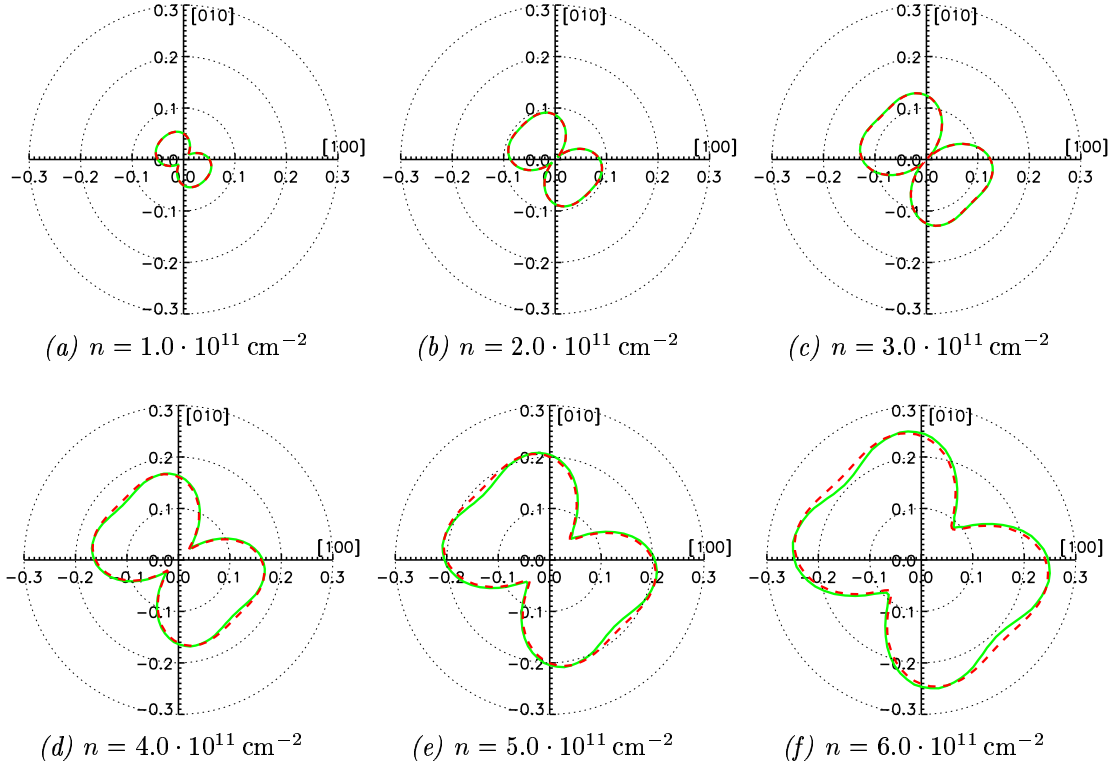


ABBILDUNG 2.2: Polarplot der im Rahmen des erweiterten Kane-Modells numerisch berechneten (durchgezogen) und gefitteten (gestrichelt) Spinaufspaltung $2\hbar|\Omega^{\text{num}}(\mathbf{k}_{\parallel})|$ in meV für \mathbf{k}_{\parallel} an der Fermikontur einer asymmetrisch n -dotierten (001)-AlAs/GaAs-Heterostruktur mit verschiedenen Ladungsdichten n im Bereich $1-6 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Die Parameter für die Fitkurven sind in Tab. 2.1 angegeben.

Plot	$k_F [\text{\AA}^{-1}]$	$\sqrt{\langle k_z^2 \rangle} [\text{\AA}^{-1}]$	$\alpha [\text{eV}\text{\AA}]$	$\gamma [\text{eV}\text{\AA}^3]$	rel. Abw. [%]
(a)	0.0079	0.0125	0.00136	18.2	0.45
(b)	0.0112	0.0137	0.00184	18.0	0.86
(c)	0.0137	0.0148	0.00215	18.3	1.8
(d)	0.0159	0.0157	0.00295	16.8	2.8
(e)	0.0177	0.0165	0.00347	16.3	3.3
(f)	0.0194	0.0173	0.00396	16.0	3.9

TABELLE 2.1: Numerisch bestimmte k_F , $\sqrt{\langle k_z^2 \rangle}$ sowie Fitparameter α und γ , mit denen die Fitkurven in Abb. 2.2 aus Gleichung (2.6) erzeugt wurden. Zusätzlich wird die (relative) Abweichung zwischen Fit und numerisch berechneter Spinaufspaltung angegeben.

reproduziert wird.[†]

Da hierbei nur die Vorzeichen von α und γ relativ zueinander bestimmt werden können, setzen wir gemäß der üblichen Konvention (Mayer¹²⁴) $\gamma > 0$. Das Vorzeichen von α ist dann eindeutig durch die Richtung des elektrischen Feldes im Trog (bei uns in [001]-Richtung) bestimmt.

Bei bestimmten Dichten im Bereich von $n \sim 3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ist die Standard-Fitprozedur von IDL⁸³ numerisch schwer kontrollierbar. Die Ursache für dieses Problem sind (neben numerischen Ungenauigkeiten) vor allem Korrekturen höherer Ordnung in \mathbf{k}_{\parallel} , die in dem (dem Fit zugrundeliegenden) 2×2 -Modell niedrigster Ordnung nicht berücksichtigt sind. Deshalb treten die Schwierigkeiten auch in einem Dichtebereich auf, in dem sich die BIA- und SIA-Beiträge gegenseitig stark kompensieren, wodurch die unberücksichtigten Korrekturen stärker hervortreten. Das angesprochene Problem konnte durch Entwicklung einer Fitroutine, die die Variation der Parameter bei Veränderung von n begrenzt, weitgehend unterdrückt werden.

Die Übereinstimmung von Fit und EFA-Rechnung ist sehr gut. Die relativen Abweichungen (vgl. Tab. 2.1) betragen bei niedrigen Dichten ($n \lesssim 2.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$) unter 1% und wenige (< 5) Prozent bei allen Dichten bis zur Besetzung des zweiten Subbands ($n \sim 8 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$). Die auf diese Weise gewonnenen Fitparameter sind wesentlich für die Berechnung von SRs-Zeiten in Abschnitt 2.3.

2.2.3 Spin-Präzession und Spin-Diffusion

Bevor wir eine formale Herleitung des DP-Mechanismus geben, wollen wir zuerst in einem einfachen Bild die SR als Spin-Diffusion deuten.

Der Einfachheit halber betrachten wir die Situation in *bulk*-Material und ohne

[†]Genauer berechnet man zuerst den \mathbf{k}_{\parallel} -abhängigen Erwartungswert

$$\langle k_z^2 \rangle [\xi_{\mathbf{k}_{\parallel}}] = \int dz \xi_{\mathbf{k}_{\parallel}}^*(z) \left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 \xi_{\mathbf{k}_{\parallel}}(z)$$

aus den EFA-Enveloppen $\xi_{\mathbf{k}_{\parallel}}(z)$ für das unterste (spinaufgespaltene) Subband. Dieser hängt in erster Linie von der Form des Einschlußpotentials (Bandkantenverlauf + Hartree-Potential) und dem Subband-Index, in kleinerem Umfang auch noch vom Betrag von k_{\parallel} ab. Eine einfache Abschätzung (D'yakonov & Kachorovskii⁴⁷) für ein Teilchen im unendlich tiefen Rechtecktrogl der Breite L liefert für den Grundzustand $\langle k_z^2 \rangle = (\pi/L)^2$. Bei konstantem $|\mathbf{k}_{\parallel}|$ gibt es so gut wie keine Abhängigkeit von der Richtung von \mathbf{k}_{\parallel} , d. h. die relative Änderung beträgt höchstens einige Promille. Der relative Unterschied in $\langle k_z^2 \rangle$ zwischen den beiden Spin-Zuständen im untersten Subband beträgt ebenfalls typischerweise bis zu einem Prozent. Unter Vernachlässigung dieser schwachen Abhängigkeit bezeichnen wir daher im folgenden mit $\langle k_z^2 \rangle$ den über die beiden Fermikonturen $K_{1,\uparrow}$ und $K_{1,\downarrow}$ des untersten spinaufgespaltenen Subbands gemittelten Wert:

$$\langle k_z^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{\oint_{K_{1,\uparrow}} \langle k_z^2 \rangle [\xi_{\mathbf{k}_{\parallel}}] dk}{\oint_{K_{1,\uparrow}} dk} + \frac{\oint_{K_{1,\downarrow}} \langle k_z^2 \rangle [\xi_{\mathbf{k}_{\parallel}}] dk}{\oint_{K_{1,\downarrow}} dk} \right) .$$

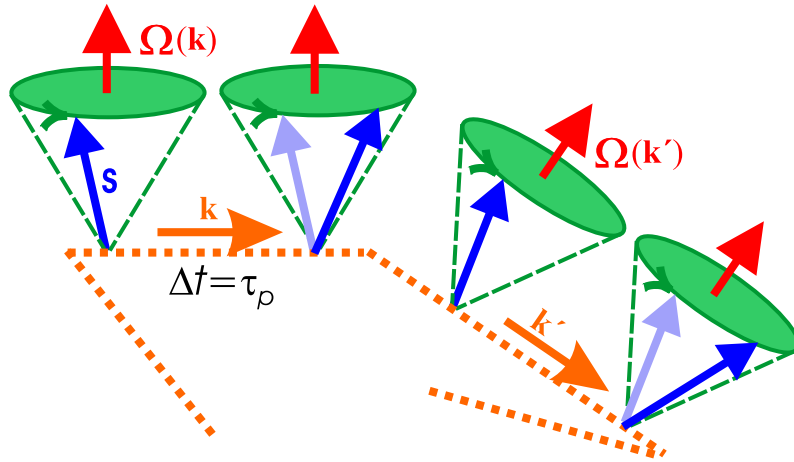


ABBILDUNG 2.3: Schema des D'yakonov-Perel'-Spinrelaxationsmechanismus: Während der Propagation eines Elektrons mit Wellenvektor \mathbf{k} präzediert der Elektronenspin $\mathbf{s} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle$ um das effektive Feld $\mathbf{\Omega}(\mathbf{k})$. Durch Streuung des Elektrons ($\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'$) nach der Zeit $\Delta t = \tau_p$ erhält das effektive Feld die neue Richtung $\mathbf{\Omega}(\mathbf{k}')$, um die dann die Präzession von \mathbf{s} erfolgt.

äußeres Magnetfeld, so daß das \mathbf{k} -Raum-Mittel des effektiven Feldes verschwindet. Wie in Abb. 2.3 dargestellt, ist aufgrund des Zusatzterms (2.2) die Dynamik für den Spin eines Elektrons mit Wellenvektor \mathbf{k} durch dessen Präzession um die Achse $\mathbf{\Omega}(\mathbf{k})$ mit der Winkelgeschwindigkeit $|\mathbf{\Omega}(\mathbf{k})|$ gegeben. Durch die (Impuls-)Streuung $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'$ des Elektrons nach einer Zeit Δt von der Größenordnung der (Impuls-)Streuzeit τ_p ändert sich das effektive Feld und damit die Präzessionsachse von $\mathbf{\Omega}(\mathbf{k})$ zu $\mathbf{\Omega}(\mathbf{k}')$. Im Regime des sogenannten *motional narrowing*[†] ist $\Omega\tau_p \ll 1$, d. h. es wird keine vollständige Präzessionsbewegung ausgeführt, da lange vorher eine Streuung erfolgt, die die Präzessionsachse (und evtl. auch die Präzessionsfrequenz) ändert. In diesem Regime kann man sich eine einfache Abschätzung der SRs-Zeit herleiten (D'yakonov & Perel'⁴⁸): In der Zeit zwischen zwei Streuereignissen wird der Spin um den Winkel $\varphi = \Omega\tau_p$ gedreht. Da der Spin eine Art *random walk* ausführt (häufig spricht man deshalb in diesem Zusammenhang auch von *Spindiffusion*), ist der Erwartungswert des Quadrats des Drehwinkels $\langle (\Delta\varphi)^2 \rangle$ nach der Zeit t proportional zur Anzahl der *random walk*-Schritte t/τ_p mal die „Schrittweite“ $\varphi = \Omega\tau_p$ zum Quadrat:

$$\langle (\Delta\varphi)^2 \rangle \sim (\Omega\tau_p)^2 \frac{t}{\tau_p}.$$

Definiert man nun die SRs-Zeit τ_s dadurch, daß für $t = \tau_s$ die Bedingung

$$\langle (\Delta\varphi)^2 \rangle \sim 1$$

[†] Analog zur Verminderung der Dopplerverbreiterung der Spektrallinie eines Gases durch Stoßprozesse (Dicke⁴³) erfolgt hier eine Reduktion der SRs-Rate durch häufige Streuung der Elektronen.

gilt, so folgt, daß

$$\frac{1}{\tau_s} \sim \Omega^2 \tau_p \quad (2.7)$$

und damit die für die DP-SR charakteristische indirekte Proportionalität von τ_s und τ_p .

Für den zum *motional narrowing* entgegengesetzten Grenzfall, in dem der Spin viele Präzessionsbewegungen ausführt, bevor Streuung erfolgt, ist die SRs-Rate von der Größenordnung der Präzessionsfrequenz:

$$\frac{1}{\tau_s} \sim \Omega, \text{ wenn } \Omega \tau_p \gg 1.$$

Vereinfacht kann man sich vorstellen, daß sich die zum effektiven Feld transversale Komponente des Spins innerhalb der für eine Präzession nötigen Zeit „herausmittelt“.

In Anlehnung an die bei der Kernspinresonanz übliche Terminologie (Slichter¹⁶¹) werden in der Literatur zur elektronischen SR häufig die Begriffe longitudinale bzw. transversale SRs-Zeit T_1 bzw. T_2 verwendet. Hierbei bezieht sich T_1 auf die Spinkomponente in Richtung eines äußeren Magnetfeldes und T_2 auf die dazu senkrechten Komponenten. Nach dem üblichen Sprachgebrauch bezeichnet man T_1 als SRs-Zeit, da der zugrundeliegende Prozeß mit einer Energierelaxation verbunden ist, während das als Dekohärenz- oder Dephasierungszeit bezeichnete T_2 auch energieerhaltende Übergänge beinhaltet.

Da für die in dieser Arbeit betrachteten Systeme kein äußeres Magnetfeld vorhanden ist, gilt in Analogie zur Kernspinresonanz¹⁶¹ $\tau_s = T_1 = T_2$.

Korrekturen bei äußeren (statischen) Magnetfeldern

Falls (statische) Magnetfelder B vorhanden sind, ergeben sich Korrekturen (D'yakonov & Perel'⁵⁰) zur SRs-Zeit τ_s . Man unterscheidet bezüglich der Larmorfrequenz $\omega_L = g^* \mu_B B / \hbar$ (g^* ist der effektive g-Faktor für Elektronen und μ_B das Bohrsche Magneton) zwei Fälle: Ist $\omega_L \ll \tau_p^{-1}$, so ergeben sich kaum Änderungen. Für $\omega_L > \tau_p^{-1}$ kann man die Unterdrückung der SR durch ein äußeres Magnetfeld gemäß (Pikus & Titkov¹⁴¹)

$$\frac{1}{\tau_s(B)} = \frac{1}{\tau_s(0)} \cdot \frac{1}{1 + (\omega_L \tau_p)^2} \quad (2.8)$$

abschätzen. Hier bezieht sich die SRs-Zeit auf die Spinkomponente in Feldrichtung und entspricht somit T_1 . Der Korrekturfaktor im Fall $B \neq 0$ in Gl. (2.8) ist völlig analog zur Kernspinresonanz. Die entsprechende Formel für die transversale SRs-Zeit T_2 zeigt ein komplexeres Verhalten und die Relaxation wird vom äußeren Magnetfeldern nicht so stark unterdrückt.¹⁶¹

Formale Herleitung des Ausdrucks für die Spinrelaxationszeit

Wir betrachten nun störungstheoretisch ein System, das durch den 2×2 -Hamiltonian

$$H = H_0 + H_{\text{so}} + H_{\text{streu}} \quad (2.9)$$

definiert ist. H_0 ist der Effektivmassen-Hamiltonian (2.1) und die Störterme H_{so} und H_{streu} beschreiben die Spinaufspaltung (2.2) bzw. die spinerhaltende (Impuls-)Streuung. Die Bewegungsgleichung der 2×2 Spindichtematrix $\varrho_{\mathbf{k}}$ ist damit gegeben durch

$$\frac{d\varrho_{\mathbf{k}}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, \varrho_{\mathbf{k}}] = -\frac{i}{\hbar} [H_{\text{so}}, \varrho_{\mathbf{k}}] - \sum_{\mathbf{k}'} W_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} (\varrho_{\mathbf{k}} - \varrho_{\mathbf{k}'}) .$$

Hierbei beschreibt nach Fermis Goldener Regel

$$W_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \mathbf{k} | H_{\text{streu}} | \mathbf{k}' \rangle|^2 \cdot \delta(E^{\mathbf{k}'} - E^{\mathbf{k}} - \Delta E)$$

die Streuwahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit für den Übergang zwischen den Zuständen mit den Wellenvektoren \mathbf{k} und \mathbf{k}' , wobei elastische Streuung angenommen wird, für die der Unterschied ΔE zwischen den Energien $E^{\mathbf{k}}$ und $E^{\mathbf{k}'}$ des Anfangs- bzw. Endzustandes verschwindet (Lundstrom,¹¹⁴ Kohn¹⁰⁴ & Luttinger¹¹⁷).

Für die über die Richtungen im \mathbf{k} -Raum gemittelte Spindichtematrix

$$\bar{\varrho} = \langle \varrho_{\mathbf{k}} \rangle_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}} \varrho_{\mathbf{k}}$$

erhält man (Pikus & Titkov¹⁴¹) wegen $\langle H_{\text{so}}(\mathbf{k}) \rangle_{\mathbf{k}} = 0$

$$\frac{d\bar{\varrho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} \langle [H_{\text{so}}, \varrho'_{\mathbf{k}}] \rangle_{\mathbf{k}} \quad (2.10)$$

mit $\varrho'_{\mathbf{k}} = \varrho_{\mathbf{k}} - \bar{\varrho}$ und

$$\frac{d\varrho'_{\mathbf{k}}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H_{\text{so}}, \varrho_{\mathbf{k}}] - \sum_{\mathbf{k}'} W_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} (\varrho_{\mathbf{k}} - \varrho_{\mathbf{k}'}) + \frac{i}{\hbar} \langle [H_{\text{so}}, \varrho'_{\mathbf{k}}] \rangle_{\mathbf{k}} .$$

Im Grenzfall des sogenannten *motional narrowing*, auf den wir uns nachfolgend beschränken werden, erfolgt häufige Streuung der Elektronen auf der Zeitskala der durch das effektive Feld beschriebenen Präzessionsfrequenz $|\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k})|$, d. h.

$$|\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k})| \ll W_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} .$$

In diesem Grenzfall können die Terme $-\frac{i}{\hbar} [H_{\text{so}}, \varrho'_{\mathbf{k}}]$ und $\frac{i}{\hbar} \langle [H_{\text{so}}, \varrho'_{\mathbf{k}}] \rangle_{\mathbf{k}}$ vernachlässigt werden. Berücksichtigt man außerdem, daß sich nach einer Zeit von der Größenordnung der Impulsstreuzeit $\tau_p \sim W_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{-1}$ ein vorher vorhandenes Ungleichgewicht

(z. B. durch Anregung mit einem Lichtpuls) abgebaut hat und das System im quasistationären Zustand $d\rho'_k/dt \approx 0$ ist, so erhält man näherungsweise

$$0 \approx -\frac{i}{\hbar} [H_{\text{so}}, \bar{\rho}] - \sum_{\mathbf{k}'} W_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} (\rho'_k - \rho'_{\mathbf{k}'}) .$$

Wir spezialisieren nun auf zweidimensionale Strukturen und definieren φ als den Winkel zwischen \mathbf{k}_{\parallel} und der k_x -Achse. Durch Entwicklung von H_{so} und $\rho'_{\mathbf{k}_{\parallel}}$ nach Fourierkomponenten $H_{\text{so}}^n(k_{\parallel})$ bzw. $\rho'_n(k_{\parallel})$:

$$\begin{aligned} H_{\text{so}}(\mathbf{k}_{\parallel}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{\text{so}}^n(k_{\parallel}) e^{in\varphi} , \\ \rho'_{\mathbf{k}_{\parallel}} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho'_n(k_{\parallel}) e^{in\varphi} , \end{aligned}$$

erhält man mit dem Ansatz (Averkiev *et al.*⁸)

$$\rho'_n(k_{\parallel}) = -\frac{i\tau_n}{\hbar} [H_{\text{so}}^n(k_{\parallel}), \bar{\rho}]$$

schließlich für elastische Streuung ($\Delta E = 0$)

$$\frac{1}{\tau_n} = \int \frac{d\theta}{2\pi} W_{\theta} (1 - \cos n\theta) \quad \text{mit} \quad \theta = \angle(\mathbf{k}_{\parallel}, \mathbf{k}'_{\parallel})$$

und damit aus Gleichung (2.10) das Ergebnis

$$\frac{d\bar{\rho}}{dt} = -\frac{1}{\hbar^2} \sum_n [H_{\text{so}}^{-n}(k_{\parallel}), \tau_n [H_{\text{so}}^n(k_{\parallel}), \bar{\rho}]] .$$

Nach einer Zeit in der Größenordnung von τ_n ist die Impulsverteilung der Elektronen isotrop, während die SR noch nicht begonnen hat. Da die ungestörte (Effektivmassen-)Dispersion isotrop im \mathbf{k}_{\parallel} -Raum ist, können wir für eine durch den Einheitsvektor $\hat{\mathbf{s}}$ definierte Spin-Quantisierungsrichtung die nur noch energieabhängigen Verteilungsfunktionen $F_{\pm}(E, t)$ für Elektronen mit Spin-Projektion $\pm\frac{1}{2}$ in Richtung $\hat{\mathbf{s}}$ definieren. Damit schreibt man für Zeiten $t \gg \tau_n$:

$$\bar{\rho} = F_0 \mathbb{1}_{2 \times 2} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a}$$

mit

$$\begin{aligned} F_0(E, t) &= \frac{1}{2} (F_+ + F_-) , \\ \frac{dF_0}{dt} &= 0 , \\ \mathbf{a}(E, t) &= \hat{\mathbf{s}} (F_+ - F_-) . \end{aligned}$$

Mit diesem Ansatz erhält man für die Spindichte

$$\mathbf{S}(t) = \int \mathbf{a}(E, t) dE$$

das Zerfallsgesetz

$$\dot{\mathbf{S}} = - \sum_j \frac{1}{\tau_{ij}} S_j$$

mit den SRs-Raten

$$\frac{1}{\tau_{ij}} = \frac{\int \frac{1}{2\hbar^2} (F_+ - F_-) \text{Sp} (\sum_n \tau_n [H_{\text{so}}^{-n}, [H_{\text{so}}^n, \sigma_j]] \sigma_i) dE}{\int (F_+ - F_-) dE}.$$

Dieser Ausdruck wird nun weiter ausgewertet.

2.2.4 Spinrelaxationszeiten für (001)-gewachsene Quantenstrukturen

Für (001)-gewachsene Quantenstrukturen, in denen nur das unterste Subband besetzt ist, erhält man durch Einsetzen der BIA- und SIA-Beiträge (Gln. (2.4), (2.5)) für die Richtungen $i = z, +, -$ (entsprechend den Kristallrichtungen [001], [110], $[\bar{1}10]$) eine besonders einfache Gleichung für die Relaxation des Spindichtevektors

$$\dot{S}_i = -\frac{1}{\tau_i} S_i, \quad S_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (S_x \pm S_y) \quad (2.11)$$

mit den SRs-Raten

$$\tau_z^{-1} = \frac{4}{\hbar^2} \hat{I} \tau_1 \left[k_{\parallel}^2 (\alpha^2 + \gamma^2 \langle k_z^2 \rangle) - k_{\parallel}^4 \frac{\gamma^2 \langle k_z^2 \rangle}{2} + k_{\parallel}^6 \gamma^2 \frac{1 + \tau_3/\tau_1}{16} \right], \quad (2.12a)$$

$$\tau_{\pm}^{-1} = \frac{2}{\hbar^2} \hat{I} \tau_1 \left[k_{\parallel}^2 (\pm \alpha - \gamma \langle k_z^2 \rangle)^2 + k_{\parallel}^4 \frac{\gamma}{2} (\pm \alpha - \gamma \langle k_z^2 \rangle) + k_{\parallel}^6 \gamma^2 \frac{1 + \tau_3/\tau_1}{16} \right] \quad (2.12b)$$

und dem Integraloperator \hat{I} , der gemäß

$$\hat{I} f = \frac{1}{\int (F_+ - F_-) dE} \int dE (F_+ - F_-) f(E) \quad (2.13)$$

auf Funktionen f wirkt.

Im Grenzfall eines entarteten Fermisystems ($k_B T \ll E_F$) ist für eine beliebige[†] Potenzfunktion $f(k_{\parallel}^2)$

$$\hat{I} f(k_{\parallel}^2) \approx f(k_F^2)$$

[†]Für lineare Funktionen f ist die angegebene Näherung exakt. Allgemeiner muß für Potenzfunktionen der Ordnung $r \geq 1$ die Differenz $\Delta\mu$ der chemischen Potentiale für *up*- und *down*-Elektronen zusätzlich der Bedingung $\Delta\mu^2 \ll \frac{6E_F}{r(r-1)}$ genügen. Der Überschuß einer Spinsorte darf also nicht zu groß sein.

mit dem Fermi-Wellenvektor $k_F = \sqrt{2\pi n}$ für ein System mit 2D-Elektronenkonzentration n . Damit ergeben sich sofort die SRS-Raten (Averkiev *et al.*⁸)

$$\tau_z^{-1} = \frac{4}{\hbar^2} \tau_1 \left[k_F^2 (\alpha^2 + \gamma^2 \langle k_z^2 \rangle) - k_F^4 \frac{\gamma^2 \langle k_z^2 \rangle}{2} + k_F^6 \gamma^2 \frac{1 + \tau_3/\tau_1}{16} \right], \quad (2.14a)$$

$$\tau_{\pm}^{-1} = \frac{2}{\hbar^2} \tau_1 \left[k_F^2 (\pm\alpha - \gamma \langle k_z^2 \rangle)^2 + k_F^4 \frac{\gamma}{2} (\pm\alpha - \gamma \langle k_z^2 \rangle) + k_F^6 \gamma^2 \frac{1 + \tau_3/\tau_1}{16} \right] \quad (2.14b)$$

$$= \frac{2}{\hbar^2} \tau_1 \left[k_F^2 (\pm\alpha - \gamma \langle k_z^2 \rangle) \left(\pm\alpha - \gamma \langle k_z^2 \rangle + \frac{\gamma}{2} k_F^2 \right) + k_F^6 \gamma^2 \frac{1 + \tau_3/\tau_1}{16} \right]. \quad (2.14c)$$

Die SRS-Raten hängen damit über den Radius k_F des Fermikreises explizit von der Ladungsdichte n ab. Weiterhin gibt es eine implizite Abhängigkeit über die selbstkonsistenten Subband-Funktionen im Erwartungswert $\langle k_z^2 \rangle$ sowie durch die Proportionalität von α zum elektrischen Feld. An Formel (2.14b) ist zu erkennen, daß bei betragsmäßig etwa gleich großen Werten des Rashba-Parameters α und des BIA-Parameters $\gamma \langle k_z^2 \rangle$ die SRS-Raten τ_+^{-1} bzw. τ_-^{-1} für die *in-plane*-Richtungen $[110]$ bzw. $[\bar{1}10]$ erheblich verschieden sein können. Diese „starke Anisotropie“ wurde von Averkiev & Golub⁶ zuerst im Grenzfall $k_F^2 \ll \langle k_z^2 \rangle$ unter Vernachlässigung der $k_{||}$ -kubischen BIA-Terme in Gl. (2.4) berechnet. In dieser Näherung bleibt im Ausdruck für die SRS-Raten (2.14a,b) auf der rechten Seite nur der jeweils erste Term übrig[†], so daß im Fall $\alpha = \pm \gamma \langle k_z^2 \rangle$ die SR für die Richtung $[\pm 110]$ *vollständig* unterdrückt ist.⁶ Anschaulich ist das so zu erklären, daß das effektive Feld $\mathbf{\Omega}_{\text{BIA}} + \mathbf{\Omega}_{\text{SIA}}$ unabhängig von $\mathbf{k}_{||}$ immer (anti-)parallel zur Richtung $[\pm 110]$ ist. Die Spinkomponente in dieser Richtung führt somit keine Präzessionsbewegung aus und relaxiert daher auch nicht.

Bei Berücksichtigung der $k_{||}^3$ -Terme in $\mathbf{\Omega}_{\text{BIA}}$ (Averkiev^{7,8}) ist eine vollständige Kompensation nicht mehr möglich. Der Unterschied zwischen τ_+ und τ_- kann jedoch beträchtlich sein.

Averkiev *et al.*^{7,8} verwenden zur Auswertung der SRS-Raten für einseitig n -dotierte (001)-gewachsene AlAs/GaAs-Heterostrukturen das Dreieckspotential-Modell und die Variations-Wellenfunktion nach Fang & Howard.⁵⁴ Damit verbunden ist die Annahme einer unendlich hohen Barriere am Interface und die Beschränkung auf die Ein-Band-Näherung. In ihrem Modell ist das elektrische Feld proportional zur Ladungsdichte n und damit auch $\alpha \propto n$. Weiterhin wird der Erwartungswert $\langle k_z^2 \rangle$ proportional zu $n^{2/3}$ (Ando *et al.*⁵) angenommen. Unter Verwendung des Wertes $\gamma = 27 \text{ eV\AA}$ (für GaAs-Volumenmaterial) berechnen Averkiev *et al.* die SRS-Raten für Dichten bis zu $n = 2.5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-2}$.

In realen AlAs/GaAs Heterostrukturen ist der Bereich, in dem nur das unterste Subband besetzt ist, auf $n \lesssim 0.8 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ beschränkt, was aus unseren selbstkonsistenten Rechnungen in sehr guter Übereinstimmung mit den Experimenten von

[†]Das Ergebnis in der Arbeit von Averkiev & Golub⁶ unterscheidet sich von dem hier angegebenen Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers um einen Faktor acht. Der Fehler ist in einer späteren Arbeit von Averkiev *et al.*⁸ korrigiert.

Hamilton *et al.*⁷⁹ resultiert. Wie noch zu sehen sein wird, werden deshalb die Ergebnisse von Averkiev *et al.* in Abb. 2.5 auch nur für diesen Dichtebereich reproduziert, obwohl sie in der genannten Arbeit für einen viel größeren Bereich angegeben werden. Der Ansatz von Averkiev *et al.* ist des weiteren nicht vollständig selbstkonsistent und vernachlässigt Nichtparabolizität und den Einfluß des Barrierenmaterials, der für endliche Leitungsband-Offsets berücksichtigt werden müßte.

2.3 Ergebnisse für Spinrelaxationszeiten

Um die Vorhersagen aufgrund dieses doch sehr stark vereinfachten Modells zu überprüfen und zu quantifizieren, haben wir durch vollständig selbstkonsistente numerische Berechnungen im Rahmen der Mehrband-EFA^{180,185} für das 14×14 -Modell die Spinaufspaltung der Subbänder für verschiedene (001)-gewachsene und einseitig n -dotierte AlGaAs/GaAs- und AlGaSb/InAs-Quantenstrukturen ermittelt. Dabei werden systematisch und in allen Ordnungen die Nichtparabolizität der BIA-Terme (d. h. die Dichteabhängigkeit von γ nach Rössler¹⁴⁶) einschließlich deren Modifikation durch das Einschlußpotential und die Wirkung von SIA berücksichtigt.

Aus der numerisch berechneten Spinaufspaltung $2\hbar|\Omega^{\text{num}}|$ sollen im folgenden Abschnitt die SRs-Zeiten τ_z und τ_{\pm} bestimmt und mit den Ergebnissen von Averkiev *et al.* verglichen werden. Dazu bestimmen wir k_F und $\langle k_z^2 \rangle$ aus der EFA-Rechnung und die Spinaufspaltungsparameter α und γ durch einen Fit der numerischen Spinaufspaltung (vgl. Abschnitt 2.2.2).

Unter Beschränkung auf entartete Systeme sind die SRs-Raten durch Gl. (2.14) gegeben. Zur Vereinfachung sei die Impulsstreuung vorerst isotrop angenommen, d. h. $\tau_3/\tau_1 = 1$ (Pikus & Pikus¹³⁹). Die Werte von τ_3/τ_1 für zahlreiche Streumechanismen werden in Anhang D.2 angegeben. Wir setzen außerdem $\tau_1 = 0.1$ ps, da die so erhaltenen Ergebnisse wegen der Proportionalität der SRs-Raten zu τ_1 leicht auf einen anderen (z. B. aus der gemessenen Beweglichkeit bestimmten) Wert umskaliert werden können.

2.3.1 Vergleich mit Golub *et al.*

Die Ergebnisse für die Parameter $\langle k_z^2 \rangle$, α , γ sind in Abb. 2.4 im Vergleich mit den Werten von Averkiev *et al.*⁸ als Funktion der Dichte n dargestellt. Die Dichteabhängigkeit von $\langle k_z^2 \rangle$ und α läßt sich qualitativ mit dem bei höherem n „steileren“ Einschlußpotential verstehen, das sowohl zu einem effektiv schmäleren „Trog“ als auch zu einem größeren elektrischen Feld führt. Die (geringe) n -Abhängigkeit von γ ist durch Korrekturen aufgrund der Nichtparabolizität bedingt, die mit zunehmender Fermienergie wachsen. Ein ähnlicher Zusammenhang existiert auch beim Volumenmaterial (Rössler¹⁴⁶).

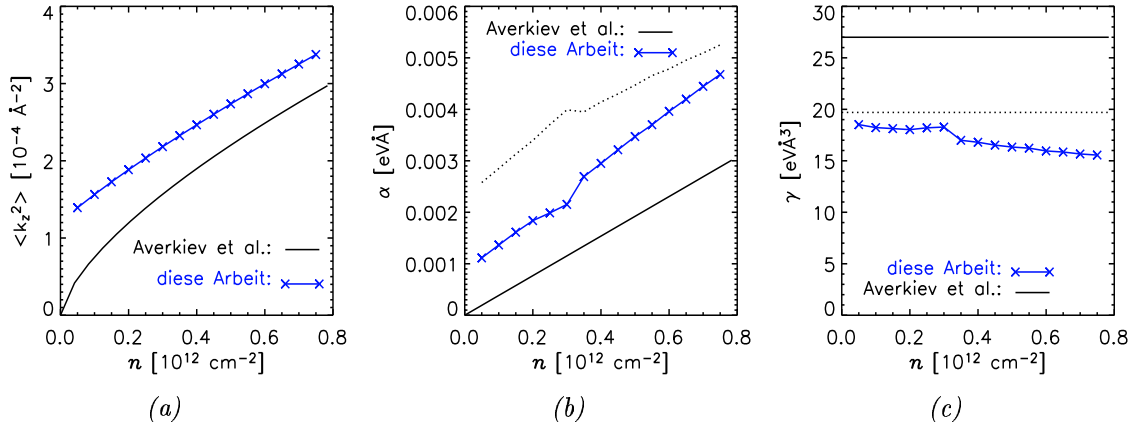


ABBILDUNG 2.4: Vergleich der Spinaufspaltungs-Parameter von Averkiev et al.⁸ mit den eigenen Ergebnissen für eine asymmetrisch n -dotierte AlAs/GaAs-Heterostruktur. Im einzelnen werden als Funktion der Ladungsdichte n die Größen $\langle k_z^2 \rangle$ (a), α (b) und γ (c) gezeigt. Zum Vergleich der \mathbf{k}_{\parallel} -linearen Beiträge ist in (b) zusätzlich zum Rashba-Koeffizienten α auch der \mathbf{k}_{\parallel} -lineare BIA-Beitrag $\gamma \langle k_z^2 \rangle$ (gepunktet) angegeben. In (c) ist als horizontale, gepunktete Linie der Wert von γ für GaAs-Volumenmaterial eingetragen. Der „Knick“ in den Kurven für α und γ bei $n \approx 0.3 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ ist der nicht vollständig unterdrückte Rest des in Abschnitt 2.2.2 geschilderten Fitproblems.

Für die von uns gewählten Bandparameter ist $\gamma = 19.7 \text{ eV\AA}^3$ (18.5 eV\AA^3) für GaAs- (AlAs-)Volumenmaterial. Die Abweichung zu dem von Averkiev *et al.* verwendeten Wert $\gamma = 27 \text{ eV\AA}^3$ ist dadurch bedingt, daß in ihrem Modell der Kopplungsparameter Δ^- (Ankopplung des Valenzbandes an die höheren Leitungsbänder) vernachlässigt ist (Mayer & Rössler¹²⁴).

Bei allen Dichten ergeben sich aus den EFA-Rechnungen für $\langle k_z^2 \rangle$ und α deutlich größere Werte und eine andere n -Abhängigkeit als mit den in Ref. 8 gemachten vereinfachenden Annahmen $\langle k_z^2 \rangle \propto n^{2/3}$ und $\alpha \propto n$.

Die mit diesen Ergebnissen nach Formel (2.14) berechneten SRs-Raten τ_z^{-1} , τ_+^{-1} und τ_-^{-1} sind in Abb. 2.5 im Vergleich mit den Ergebnissen von Averkiev *et al.* dargestellt. Sowohl in deren als auch in unseren Resultaten unterscheiden sich die Raten τ_z^{-1} und τ_-^{-1} wenig voneinander und steigen monoton mit n . Bei höheren Dichten ($n \gtrsim 0.4 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$) stimmen unsere Resultate für τ_z^{-1} und τ_-^{-1} gut mit denen von Averkiev *et al.* überein, während bei kleinen n unsere Raten generell viel größer sind. Dies kann darauf zurückgeführt werden, daß in Ref. 8 $\langle k_z^2 \rangle \propto n^{2/3}$ angenommen wurde, während nach unseren Berechnungen $\langle k_z^2 \rangle$ für kleine n nicht verschwindet (vgl. Abb. 2.4(a)).

Unsere Werte für τ_+^{-1} sind im allgemeinen erheblich kleiner als die Vergleichswer-

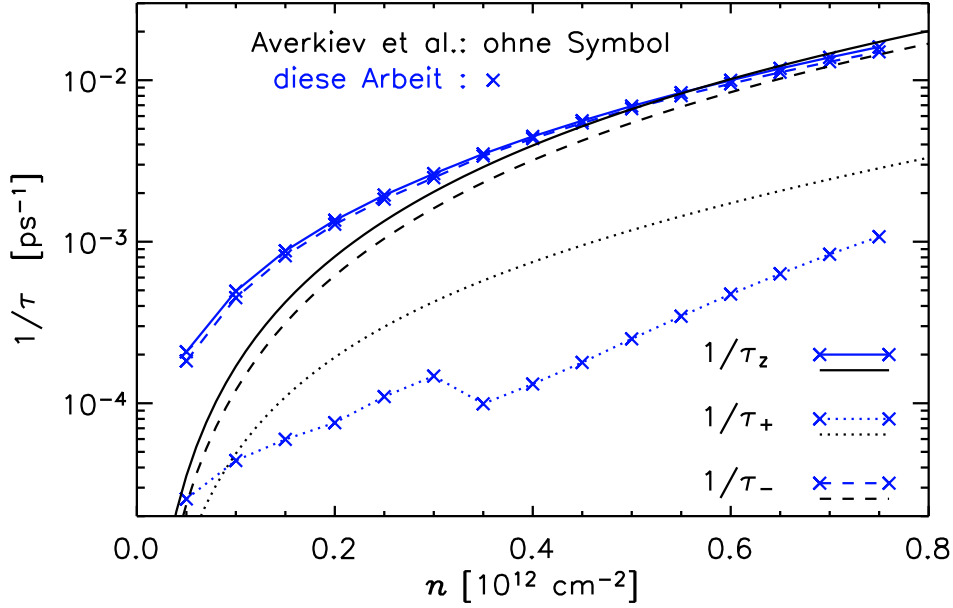


ABBILDUNG 2.5: Spinrelaxationsraten τ_z^{-1} , τ_+^{-1} , τ_-^{-1} in einer asymmetrisch dotierten AlAs/GaAs-Heterostruktur als Funktion der Ladungsdichte n . Zum Vergleich mit den Ergebnissen dieser Arbeit (markiert mit „x“) sind die Werte von Averkiev et al.⁸ reproduziert. Der Bereich von n ist so gewählt, daß nur das unterste Subband besetzt ist.

te und zeigen ein bei Averkiev *et al.* nicht vorhandenes[†], ausgeprägt nichtmonotones Verhalten im Bereich um $n \approx 0.4 \cdot 10^{12} \text{cm}^{-2}$. Dieses tritt hier wegen der Unterschiede in $\langle k_z^2 \rangle$, α und γ (vgl. Abb. 2.4) auf. Mit den von uns für diese Parameter ermittelten Werten wird der erste Term in der Definition (2.14c) von τ_+^{-1} in einem gewissen Bereich von n negativ und führt so zum nichtmonotonen Verhalten. Eine ausführlichere Erklärung dafür wird in Abschnitt 2.3.3 gegeben. Die „Knicke“ in den Kurven von Abb. 2.4 treten zwar bei etwa der gleichen Dichte auf wie das eben erläuterte Phänomen, sind aber nicht ursächlich dafür.

2.3.2 Al_{0.35}Ga_{0.65}As/GaAs- und Al_{0.3}Ga_{0.7}Sb/InAs-Quantentröge

Das bisher entwickelte Verfahren zur Berechnung von SRs-Zeiten mit den aus EFA-Rechnungen extrahierten Spinaufspaltungsparametern wenden wir nun auf einseitig n -dotierte (001)-gewachsene Quantenstrukturen verschiedener Größe aus den Materialsystemen Al_{0.35}Ga_{0.65}As/GaAs und Al_{0.3}Ga_{0.7}Sb/InAs an.

[†]Das nichtmonotone Verhalten in Abb. 3 von Ref. 8 ist ein Artefakt der (unangemessenen) Näherung einer Boltzmann-Verteilung für ein beinahe entartetes Elektronensystem.

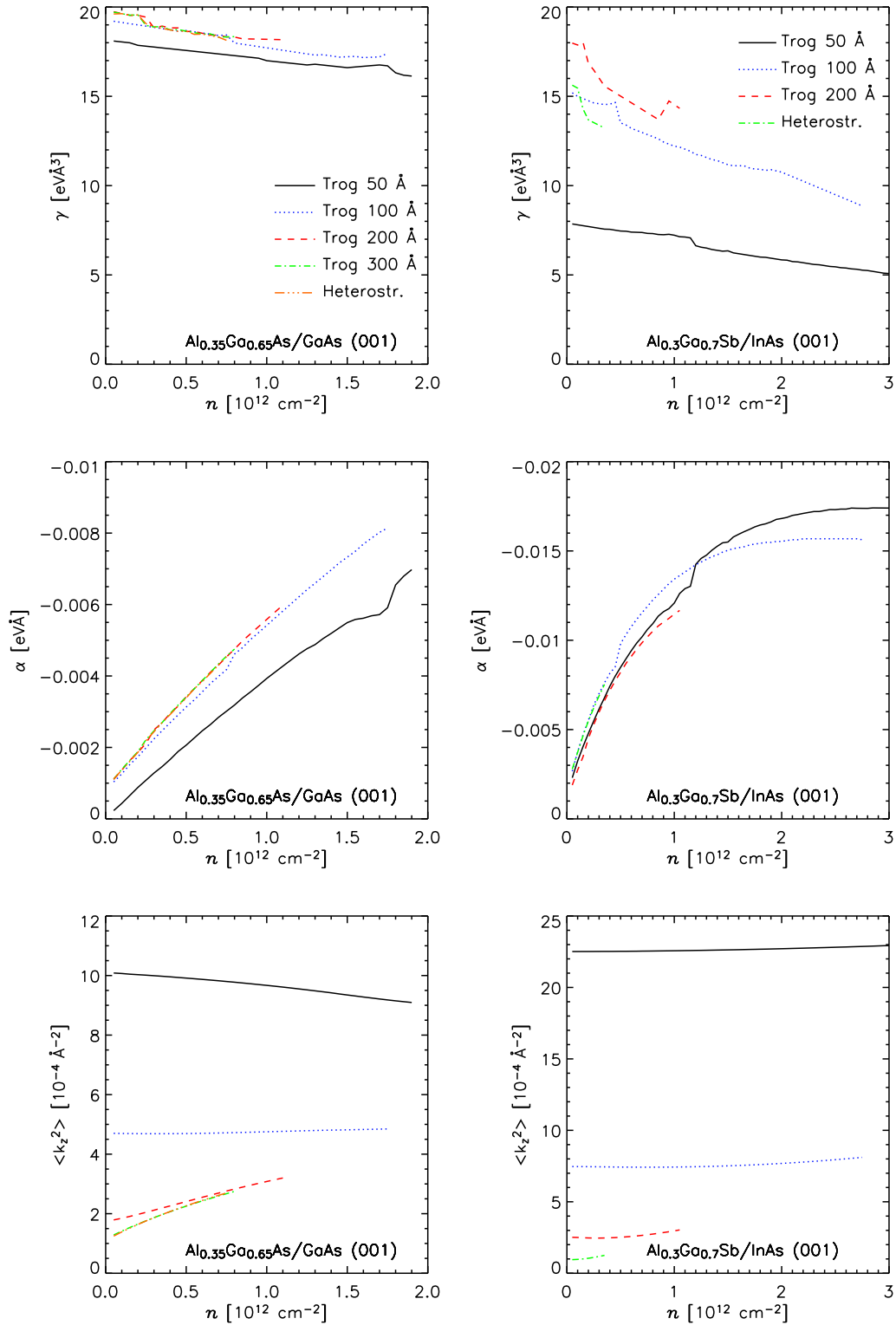


ABBILDUNG 2.6: Spinaufspaltungs-Parameter γ (oben), α (mitte) und $\langle k_z^2 \rangle$ (unten) als Funktion der Ladungsdichte n für asymmetrisch dotierte Al_{0.35}Ga_{0.65}As/GaAs- (linke Spalte) und Al_{0.3}Ga_{0.7}Sb/InAs-Quantentröge (rechte Spalte).

Die berechneten Parameter α , γ und $\langle k_z^2 \rangle$ sind in Abb. 2.6 gezeigt. Die daraus berechneten SRS-Raten als Funktion von Trogbreite L und Elektronendichte n sind in Abb. 2.7 dargestellt (Kainz *et al.*⁹²). Mit wachsendem L ähneln die asymmetrischen Tröge zunehmend einer Einfachheterostruktur, weswegen die Ergebnisse für $L \gtrsim 200 \text{ \AA}$ praktisch identisch mit denen einer Heterostruktur sind.

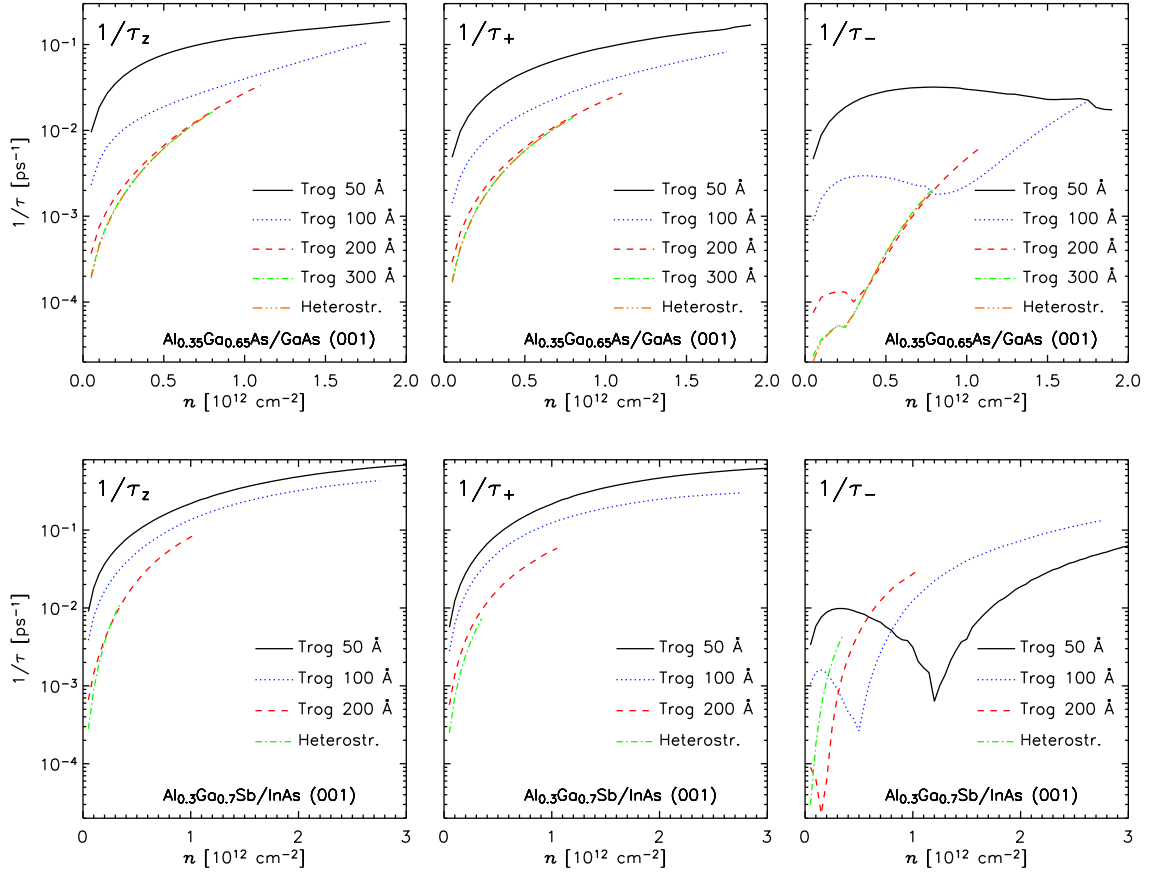


ABBILDUNG 2.7: Spinrelaxationsraten τ_z^{-1} , τ_+^{-1} , τ_-^{-1} als Funktion der Ladungsdichte n für Quantentröge verschiedener Breite aus $\text{Al}_{0.35}\text{Ga}_{0.65}\text{As}/\text{GaAs}$ (obere Reihe) und $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{Sb}/\text{InAs}$ (untere Reihe).

Anmerkung: Die Dotierung wurde in diesen Systemen so gewählt, daß das elektrische Feld parallel zur $[00\bar{1}]$ -Richtung ist. Deshalb tritt hier die Unterdrückung der Spinrelaxation für die Spinkomponente in $[\bar{1}10]$ -Richtung auf.

Ähnlich dem AlAs/GaAs-System (Abb. 2.5) sind hier die Raten τ_z^{-1} und τ_+^{-1} für alle n vergleichbar groß, während τ_-^{-1} erheblich (häufig mehr als eine Größenordnung) kleiner ist und nichtmonoton von n abhängt. Insgesamt zeigen die GaAs- und InAs-Tröge qualitativ das gleiche Verhalten.

2.3.3 Nichtmonotone Dichteabhängigkeit

Der „Einbruch“ der SRS-Rate τ_{\pm}^{-1} (Abb. 2.7) ist für die InAs-Systeme besonders deutlich. Die Ursache dafür kann im anschaulichen Bild der DP-SR gut verstanden werden. Wir verallgemeinern hier die in Abschnitt 2.2.3 gemachten Ausführungen dadurch, daß die Relaxation der Spinkomponente in (einer beliebigen) Richtung $\hat{\mathbf{e}}$ ausschließlich durch diejenigen Komponenten des effektiven Feldes $\mathbf{\Omega}(\mathbf{k}_{\parallel})$ bewirkt werden, die senkrecht auf $\hat{\mathbf{e}}$ stehen (Kainz *et al.*⁹²). In Verallgemeinerung der Abschätzung (2.7) und analog zu entsprechenden Ausdrücken für die SR bei der Kernspinresonanz (Slichter¹⁶⁰) sollte die Relaxationsrate der Spinkomponente in $[\pm 110]$ -Richtung proportional zum mittleren Betragsquadrat derjenigen Komponenten des effektiven Feldes sein, die senkrecht auf dieser Richtung stehen:

$$\tau_{\pm}^{-1} \propto (\langle \Omega_{[\mp 110]}^2 \rangle(k_F) + \langle \Omega_{[001]}^2 \rangle(k_F)) ,$$

wobei

$$\langle \Omega_{[\pm 110]}^2 \rangle(k_F) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \Omega_{[\pm 110]}^2(\mathbf{k}_F(\varphi))$$

eine Mittelung des quadrierten effektiven Feldes über die Fermikontur bezeichnet und

$$\Omega_{[\pm 110]}(\mathbf{k}_F(\varphi)) = \mathbf{\Omega}(\mathbf{k}_F(\varphi)) \cdot \begin{pmatrix} \pm 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{k}_F(\varphi) = k_F \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

die Projektion von $\mathbf{\Omega}(\mathbf{k}_F(\varphi))$ auf die Richtung $[\pm 110]$ ist. Da $\mathbf{\Omega}(\mathbf{k}_{\parallel})$ immer senkrecht zur $[001]$ -Richtung ist, verschwindet $\langle \Omega_{[001]}^2 \rangle(k_F)$. Somit ist $\langle \Omega_{[\mp 110]}^2 \rangle(k_F)$ ein Maß für die SRS-Rate τ_{\pm}^{-1} .

Eine analoge Überlegung liefert $\tau_z^{-1} \propto \langle \Omega_{[110]}^2 \rangle(k_F) + \langle \Omega_{[-110]}^2 \rangle(k_F)$. Genauer läßt sich durch Rechnung zeigen, daß im (bisher betrachteten) Spezialfall $\tau_3 = \tau_1$ sogar exakt gilt:

$$\tau_{\pm}^{-1} = 4\tau_1 \langle \Omega_{[\mp 110]}^2 \rangle(k_F) , \tag{2.15a}$$

$$\tau_z^{-1} = 4\tau_1 (\langle \Omega_{[110]}^2 \rangle(k_F) + \langle \Omega_{[-110]}^2 \rangle(k_F)) \tag{2.15b}$$

Die in Abb. 2.8 dargestellten Ergebnisse für $\langle \Omega_{[\mp 110]}^2 \rangle(k_F)$ als Funktion von n zeigen somit erwartungsgemäß das gleiche Verhalten wie τ_{\pm}^{-1} in Abb. 2.7. Insbesondere nimmt $\langle \Omega_{[\bar{1}10]}^2 \rangle(k_F)$ (entsprechend τ_+^{-1}) monoton mit n zu, während $\langle \Omega_{[110]}^2 \rangle(k_F)$ (wie auch τ_-^{-1}) eine nichtmonotone Abhängigkeit von n zeigt. Diese läßt sich nun so deuten, daß im Bereich des „Einbruchs“ von $\langle \Omega_{[110]}^2 \rangle(k_F)$ das effektive Feld $\mathbf{\Omega}(\mathbf{k}_F)$ weitgehend unabhängig von der Richtung von \mathbf{k}_F ungefähr in $[\bar{1}10]$ -Richtung zeigt.

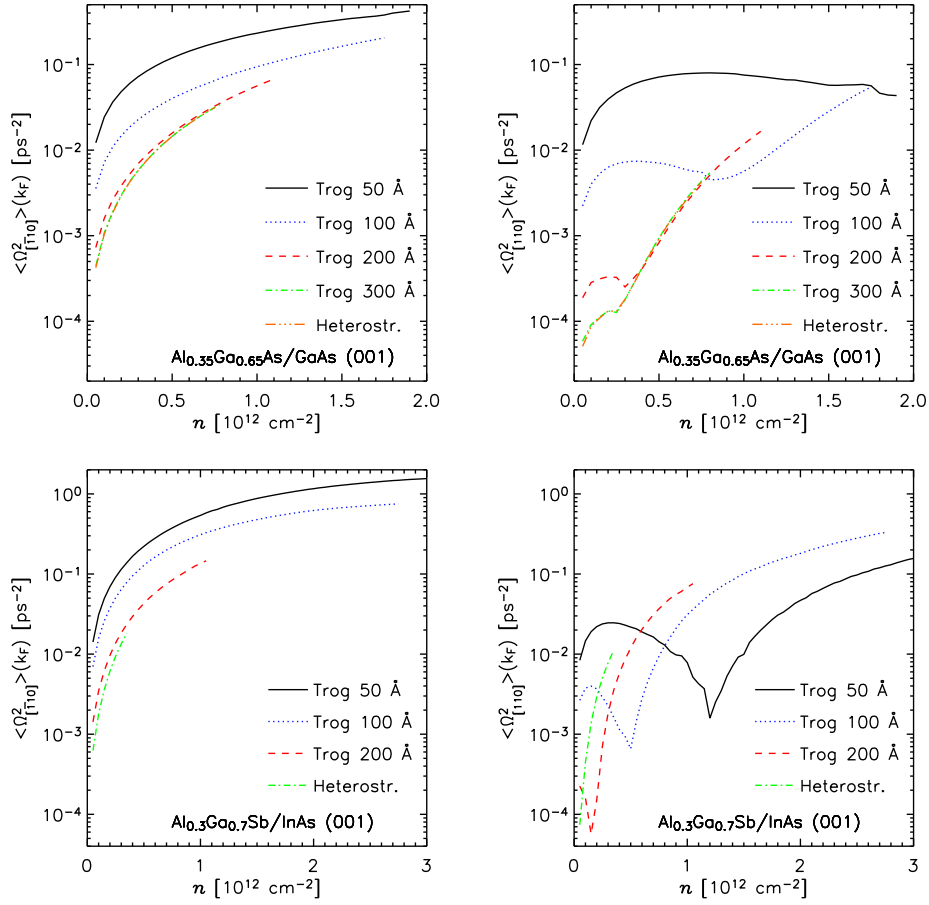


ABBILDUNG 2.8: Mittlere Betragsquadrate der effektiven Feldkomponenten in $[\mp 110]$ -Richtung $\langle \Omega_{[\mp 110]}^2 \rangle(k_F)$ als Funktion der Elektronendichte n für die Systeme von Abb. 2.7.

2.3.4 Temperaturabhängigkeit der Spinrelaxation

Nichtentartetes System

Entsprechend dem Vorgehen beim entarteten System in Abschnitt 2.2.4 kann man auch im nichtentarteten Grenzfall, also wenn die thermische Energie $k_B T$ groß gegen die Fermienergie E_F ist[†], Gl. (2.12) analytisch auswerten und erhält unter der Annahme, daß die Streuzeiten τ_1 und τ_3 gemäß

$$\tau_1, \tau_3 \propto E^\nu \quad (2.16)$$

[†]Als Energienullpunkt für die Fermienergie wählen wir den Boden des untersten Subbands.

energieabhängig sind, mit $k_T^2 = \frac{2m^*k_BT}{\hbar^2}$ (Averkiev *et al.*⁸⁾)

$$\tau_z^{-1} = \frac{4}{\hbar^2} \tau_{\text{tr}} \left[k_T^2 (\alpha^2 + \gamma^2 \langle k_z^2 \rangle^2) - k_T^4 \frac{\nu+2}{2} \gamma^2 \langle k_z^2 \rangle + k_T^6 (\nu+2)(\nu+3) \gamma^2 \frac{1+\tau_3/\tau_1}{16} \right], \quad (2.17a)$$

$$\tau_{\pm}^{-1} = \frac{2}{\hbar^2} \tau_{\text{tr}} \left[k_T^2 (\pm\alpha - \gamma \langle k_z^2 \rangle)^2 + k_T^4 \frac{\nu+2}{2} \gamma (\pm\alpha - \gamma \langle k_z^2 \rangle) + k_T^6 (\nu+2)(\nu+3) \gamma^2 \frac{1+\tau_3/\tau_1}{16} \right]. \quad (2.17b)$$

Hierbei ist τ_3/τ_1 konstant, die Transportrelaxationszeit τ_{tr} definiert durch (Lundstrom¹¹⁴⁾)

$$\tau_{\text{tr}} = \frac{\int dE E \tau_1(E) \frac{\partial F_0}{\partial E}}{\int dE E \frac{\partial F_0}{\partial E}} \quad (2.18)$$

und F_0 die Fermiverteilung

$$F_0(E) = \frac{1}{1 + e^{\beta(E-\mu_0)}}, \quad \beta = \frac{1}{k_B T} \quad (2.19)$$

mit dem chemischen Potential μ_0 .

Verallgemeinerung für beliebige Temperaturen

Wir nehmen nun an, daß die Differenz $2\Delta\mu = \mu_+ - \mu_-$ zwischen den chemischen Potentialen μ_{\pm} der beiden Spinsorten genügend[†] klein ist, so daß für die Verteilungsfunktionen

$$F_{\pm}(E) = \frac{1}{1 + e^{\beta(E-\mu_{\pm})}}$$

die Näherung

$$F_+ - F_- \approx -2\Delta\mu \frac{\partial F_0}{\partial E}$$

eingesetzt werden kann. Damit wird der Integraloperator (2.13) zu

$$\hat{I} \approx \frac{1}{\int \left(\frac{-\partial F_0}{\partial E} \right) dE} \int dE \left(\frac{-\partial F_0}{\partial E} \right) \times. \quad (2.20)$$

Durch kurze Rechnung zeigt man, daß

$$\hat{I} E^{\nu} = \frac{J^{\nu}(\beta\mu_0)}{\beta^{\nu} (1 - e^{-E_F\beta})}, \quad (2.21)$$

$$\text{wobei } J^{\nu}(z) = \int_0^{\infty} \frac{x^{\nu}}{4 \cosh^2\left(\frac{x-z}{2}\right)} dx. \quad (2.22)$$

[†]Diese Bedingung ist erfüllt, wenn $\Delta\mu \ll k_B T$ oder wenn $\Delta\mu \ll E_F$. Im letzteren Fall darf der Integraloperator \hat{I} nur auf Potenzfunktionen (oder Summen davon) der Ordnung $r \geq 1$ in der Energie E angewendet werden, wobei außerdem $\Delta(\mu)^2 \ll \frac{6E_F^2}{r(r-1)}$ gelten muß.

Unter Annahme der Gültigkeit der Effektivmassennäherung ist die Zustandsdichte konstant und das chemische Potential kann mit

$$\mu_0 = \frac{1}{\beta} \ln (e^{E_F \beta} - 1) \quad (2.23)$$

exakt berechnet werden. Außerdem ist

$$J^0(\beta\mu_0) = 1 - e^{-E_F \beta}, \quad (2.24a)$$

$$J^1(\beta\mu_0) = E_F \beta. \quad (2.24b)$$

Für die meisten Streumechanismen kann eine Energieabhängigkeit der Streuzeit von der Form (Lundstrom¹¹⁴)

$$\tau_1 = \Xi E^\nu \quad (2.25)$$

angenommen werden (vgl. Anhang D). Der Ausdruck (2.18) für die Transportrelaxationszeit kann nun vereinfacht werden:

$$\tau_{\text{tr}} \stackrel{(2.20)}{=} \frac{\hat{I} \Xi E^{\nu+1}}{\hat{I} E} \stackrel{(2.21)}{=} \frac{\Xi \beta^{-\nu-1} J^{\nu+1}(\beta\mu_0)}{\beta^{-1} J^1(\beta\mu_0)} \stackrel{(2.24b)}{=} \frac{\Xi J^{\nu+1}(\beta\mu_0)}{\beta^{\nu+1} E_F}. \quad (2.26)$$

Setzt man $\zeta = 2m^*/\hbar^2$ und $k_{\parallel}^2 = \zeta E$ in Gl. (2.12) ein, so erhält man für $i = 1, 2, 3$ unter Verwendung von

$$\hat{I} \tau_1 E^i \stackrel{(2.25)}{=} \hat{I} \Xi E^\nu E^i \stackrel{(2.26)}{=} \frac{\beta^{\nu+1} \tau_{\text{tr}} E_F \hat{I} E^{\nu+i}}{J^{\nu+1}(\beta\mu_0)} \stackrel{(2.21)}{=} \frac{\beta^{1-i} \tau_{\text{tr}} E_F}{1 - e^{-E_F \beta}} \cdot \frac{J^{\nu+i}(\beta\mu_0)}{J^{\nu+1}(\beta\mu_0)}$$

als Endergebnis

$$\tau_z^{-1} = \frac{4}{\hbar^2} \frac{\beta E_F}{1 - e^{-E_F \beta}} \tau_{\text{tr}} \left[(\alpha^2 + \gamma^2 \langle k_z^2 \rangle) \frac{\zeta}{\beta} - \frac{\gamma^2 \langle k_z^2 \rangle}{2} \left(\frac{\zeta}{\beta} \right)^2 \frac{J^{\nu+2}(\beta\mu_0)}{J^{\nu+1}(\beta\mu_0)} + \gamma^2 \frac{1 + \tau_3/\tau_1}{16} \left(\frac{\zeta}{\beta} \right)^3 \frac{J^{\nu+3}(\beta\mu_0)}{J^{\nu+1}(\beta\mu_0)} \right] \quad (2.27a)$$

$$\tau_{\pm}^{-1} = \frac{2}{\hbar^2} \frac{\beta E_F}{1 - e^{-E_F \beta}} \tau_{\text{tr}} \left[(\pm\alpha - \gamma \langle k_z^2 \rangle) \frac{\zeta}{\beta} + \frac{\gamma}{2} (\pm\alpha - \gamma \langle k_z^2 \rangle) \left(\frac{\zeta}{\beta} \right)^2 \frac{J^{\nu+2}(\beta\mu_0)}{J^{\nu+1}(\beta\mu_0)} + \gamma^2 \frac{1 + \tau_3/\tau_1}{16} \left(\frac{\zeta}{\beta} \right)^3 \frac{J^{\nu+3}(\beta\mu_0)}{J^{\nu+1}(\beta\mu_0)} \right]. \quad (2.27b)$$

Die Werte von ν und τ_3/τ_1 sind durch den Streumechanismus definiert (vgl. Anhang D.2). Gemäß Gradshteyn & Ryzhik⁷⁶ existiert eine analytische Darstellung der Integrale $J^{\nu+i}(\beta\mu_0)$ ($i = 1, 2, 3$) mit Hilfe der sogenannten Lerch-Funktionen. Im Hinblick auf die Ermittlung konkreter Funktionswerte bringt dies jedoch keinen Vorteil. Daher erfolgt deren Berechnung gemäß Formel (2.22) durch numerische Integration auf einem Stützstellengitter mit Hilfe von IDL.⁸³

Die hier entwickelte Formel (2.27) verallgemeinert die bisher bekannten⁸ Grenzfälle tiefer (entartetes System, Gl. (2.14)) und hoher (Gl. (2.17)) Temperaturen.

2.3.5 Temperaturabhängigkeit in verschiedenen Quantentrögen

Mit Hilfe der weiterentwickelten Theorie der Temperaturabhängigkeit berechnen wir nun beispielhaft für 100 Å-Tröge aus $\text{Al}_{0.35}\text{Ga}_{0.65}\text{As}/\text{GaAs}$ und $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{Sb}/\text{InAs}$ die SRs-Raten τ_z^{-1} , τ_+^{-1} , τ_-^{-1} bei verschiedenen Temperaturen T . Wie vorher sei $\tau_3/\tau_1 = 1$ angenommen und wir setzen $\tau_{\text{tr}} = 0.1$ ps, da die SRs-Raten wegen der Proportionalität zur Transportrelaxationszeit τ_{tr} (vgl. Gl. (2.27)) leicht auf andere Werte umgerechnet werden können.

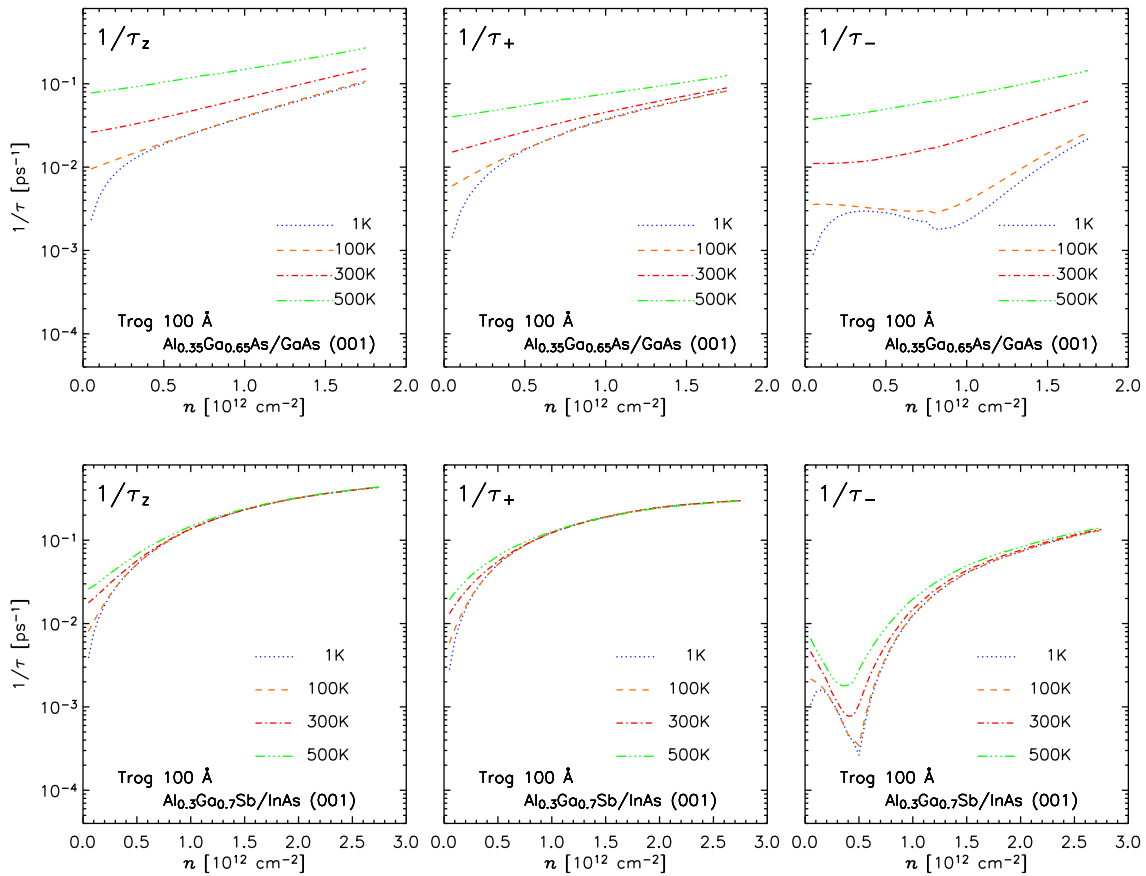


ABBILDUNG 2.9: Spinrelaxationsraten τ_z^{-1} , τ_+^{-1} , τ_-^{-1} bei verschiedenen Temperaturen T als Funktion der Ladungsdichte n für die Quantentröge der Breite $L = 100$ Å aus $\text{Al}_{0.35}\text{Ga}_{0.65}\text{As}/\text{GaAs}$ (obere Reihe) und $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{Sb}/\text{InAs}$ (untere Reihe).

Die Resultate sind in Abb. 2.9 wiedergegeben. Für $T = 1$ K wird das Ergebnis des entarteten Grenzfalles (vgl. Abb. 2.7) reproduziert. Die Raten steigen (bei konstantem τ_{tr}) mit Erhöhung der Temperatur auf Zimmertemperatur außer bei sehr niedrigen Dichten um deutlich weniger als eine Größenordnung an. Verbunden mit einem oft stärkeren Absinken der Transportrelaxationszeit bei einer solchen Temperaturerhöhung sind bei Zimmertemperatur also in der Regel geringere SRs-Raten

als bei niedrigen Temperaturen zu erwarten.

Die größten Variationen bei Temperaturänderung treten im Bereich niedriger Dichten auf. Da dort schon bei verhältnismäßig niedrigen Temperaturen die Beziehung $T \sim E_F/k_B$ gilt, wird bei weiterer Steigerung von T die SR nicht mehr von der Fermienergie E_F , sondern von $k_B T$ bestimmt, was zu deutlichen Effekten führt.

Bei vergleichbaren Werten von n ist die Temperaturabhängigkeit bei den InAs-basierten Systemen erheblich geringer als bei den GaAs-Strukturen. Dies kann so erklärt werden: Bei hohen Temperaturen sind die SRs-Raten proportional zu T^3 (vgl. Gl. (2.17)). Beim GaAs ist die effektive Masse größer und der Wert von $\langle k_z^2 \rangle$ kleiner als beim InAs, was dazu führt, daß beim GaAs der T^3 -Term bei kleineren Temperaturen dominiert und zu einem starken Anstieg der SR mit der Temperatur führt.

Die starke Anisotropie der SR und das nichtmonotone Verhalten von $\tau_-^{-1}(n)$ bleiben beim GaAs-System bis zu Temperaturen im Bereich von 100 K und beim InAs-System sogar weit oberhalb der Zimmertemperatur noch erhalten. Der im Bereich des „Einbruchs“ sehr große Unterschied zwischen τ_-^{-1} und $\tau_{z,+}^{-1}$ ist also stabil bei moderater Erhöhung der Temperatur. So ist beim InAs-System sogar bei Zimmertemperatur im Bereich um $n \approx 0.4 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ die Rate τ_-^{-1} um etwa einen Faktor 50 kleiner als τ_z^{-1} .

2.3.6 Vorschläge für Experimente

Die bisher präsentierten Ergebnisse deuten in asymmetrisch dotierten Systemen auf einen sehr großen Unterschied der SRs-Zeiten je nach Orientierung der Spins in $[110]$ -, $[\bar{1}10]$ - oder $[001]$ -Richtung hin. Dieses Merkmal tritt sowohl in GaAs- als auch in InAs-basierten Systemen in einem großen Bereich von Trogbreiten und Dichten auf und ist sogar recht stabil bei Temperaturerhöhung.

In einem bestimmten Dichtebereich („Einbrüche“ in Abb. 2.7 bzw. 2.9) können sich die verschiedenen SRs-Zeiten um mehr als zwei Größenordnungen unterscheiden. Daher ist zu erwarten, daß dieser Unterschied experimentell beobachtbar ist. Nachfolgend sollen deshalb einige Überlegungen angestellt werden, wie solche Experimente aussehen könnten.

In zahlreichen Arbeiten[†] wurde bereits die Erzeugung von in z -Richtung orientierten Spins durch optische Orientierung und die Messung ihrer Relaxation demonstriert. Für die Erzeugung einer Spinorientierung in der Wachstumsebene wäre eine Spin-Injektionsmethode denkbar, wie sie Datta & Das⁴² beim paradigmatischen Spin-Transistor vorschlagen. Hierbei könnte die Ladungsträgerdichte durch eine Gate-Elektrode variiert werden und die SR indirekt über den Source-Drain-Strom gemessen werden.

[†]Referenzen 1, 2, 21, 38, 80, 98–100, 103, 121, 126, 128, 133, 164, 165, 167

Eine andere Möglichkeit zur Messung der SR in der Ebene ist durch den Hanle-Effekt gegeben (Pikus & Titkov¹⁴¹). Hierbei wird ausgenutzt, daß bei optischer Orientierung die Polarisation der Photolumineszenzstrahlung von einem externen *in-plane*-Magnetfeld \mathbf{B} unterdrückt wird (Epstein *et al.*⁵³). Wählt man $\mathbf{B} \parallel [\pm 110]$, so hängt die Größe der Restpolarisation von der Zeit τ_{\mp} ab (Averkiev *et al.*⁸).

Wir schlagen außerdem noch folgendes Verfahren zur Erzeugung einer *in-plane*-Spinorientierung und zur Messung ihrer Relaxation vor: In einem ersten Schritt werden Spins durch herkömmliche optische Orientierung in z -Richtung ausgerichtet. Wie durch Gupta *et al.*^{78,189} demonstriert, können diese durch einen sogenannten *tipping pulse* in die Trogebene gedreht werden. Nach einer vorgegebenen Verzögerungszeit werden die Spins durch einen zweiten Puls wieder in die ursprüngliche Richtung zurückgedreht, wo dann die Größe der verbliebenen Spinpolarisation gemessen werden kann. Durch Variation der Verzögerungszeit kann der Zerfall der Spinpolarisation für eine beliebige (durch die Geometrie des Experiments bestimmte) *in-plane* Richtung verfolgt werden. Dabei ist ein deutlicher Unterschied zwischen den Relaxationszeiten für Spins, die entlang der *in-plane*-Richtungen $[110]$ bzw. $[\bar{1}10]$ orientiert sind, zu erwarten.

Ein solches System könnte auch als „Spin-Speicher“ (*spin storage*⁹²) verwendet werden. Durch die Drehung der Spins aus der z -Richtung in diejenige *in-plane* Richtung mit unterdrückter SR wird die Spinpolarisation „gespeichert“, da die Relaxation in der neuen Richtung um Größenordnungen langsamer erfolgt.

2.3.7 Vergleich mit Experimenten an symmetrischen Systemen

Wir wenden nun das bislang entwickelte Verfahren zur Berechnung von SRs-Zeiten auf symmetrisch n -dotierte (001)-Quantentröge an und vergleichen die Ergebnisse mit den Meßergebnissen für τ_z aus den Experimenten von Terauchi *et al.*¹⁶⁷ und Ohno *et al.*¹³³ Dabei soll die Frage beantwortet werden, inwieweit unsere Methode eine Beschreibung dieser Experimente ermöglicht.

***pump-probe*-Methode**

In den erwähnten Arbeiten wurde die SRs-Zeit durch ein sogenanntes *pump-probe*-Verfahren ermittelt. Hierbei werden durch einen rechtszirkular (σ^+) polarisierten Laserpuls hoher Intensität (*pump*-Puls) Elektronen vom Valenzband ins Leitungsband angeregt, wobei aufgrund von optischen Auswahlregeln z. B. eine \uparrow -Spinpolarisation entsteht. Die Spin-Quantisierungsrichtung ist dabei die Ausbreitungsrichtung des Lichtes. Durch die Füllung des \uparrow -Subbands wird die Absorption weiterer σ^+ -Lichtquanten erschwert. Deshalb wird die Probe für σ^+ -Licht teilweise transparent und ein nach der Zeit t eintreffender σ^+ -*probe*-Puls geringer Intensität wird weitgehend

transmittiert, während ein (linkszirkularer) σ^- -probe-Puls deutlich stärker absorbiert wird. Da der Besetzungsunterschied der \uparrow - und \downarrow -Elektron-Subbänder auf der Zeitskala der SRS-Zeit τ_z exponentiell abklingt, zerfällt auch der Unterschied in der Transmission für σ^+ - bzw. σ^- -Polarisation wie e^{-t/τ_z} . Die von Terauchi *et al.* durch Variation des zeitlichen Abstands t zwischen *pump*- und *probe*-Puls erhaltenen Meßergebnisse für die transmittierten Intensitäten sind in Abb. 2.10 dargestellt. Für die dort dargestellte Probe ergibt sich aus dem Fit der Messung die SRS-Zeit[†] $\tau_z = 33$ ps.

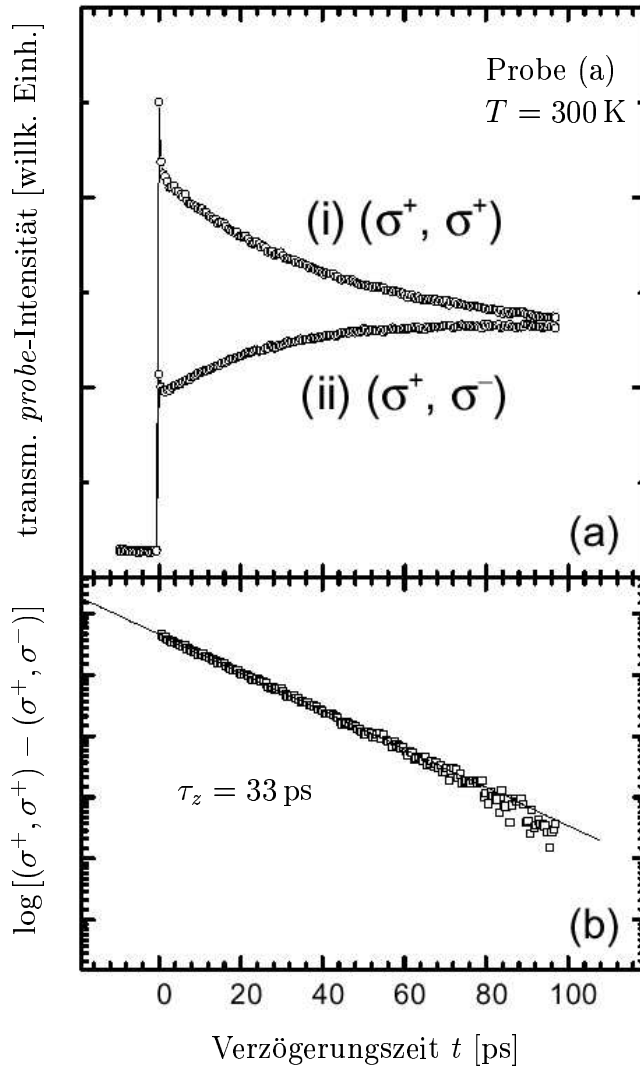


ABBILDUNG 2.10: *Messung der Spinrelaxation mit dem pump-probe-Verfahren: (a) Von Terauchi et al. gemessene Zeitabhängigkeit der transmittierten Intensität eines auf einen σ^+ -pump-Puls folgenden (i) σ^+ -probe-Pulses (σ^+, σ^+) oder (ii) σ^- -probe-Pulses (σ^+, σ^-) . (b) Logarithmierte Differenz der transmittierten Intensitäten (σ^+, σ^+) und (σ^+, σ^-) . Die durchgezogene Linie ist die Fitkurve, aus der sich die Spinrelaxationszeit τ_z ergibt. (aus: Terauchi et al., 1999¹⁶⁷)*

[†]Aufgrund einer abweichenden Definition der SRS-Zeit bei Terauchi *et al.*¹⁶⁷ müssen die darin angegebenen SRS-Zeiten mit einem Faktor $\frac{1}{2}$ multipliziert werden, um mit dem in dieser Arbeit berechneten τ_z vergleichbar zu sein (Lau *et al.*¹¹¹). Dies ist hier und im folgenden berücksichtigt.

Vergleich von Experiment und Theorie

Bei dem geschilderten Experiment wurden $\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}/\text{GaAs}$ Tröge mit Trogbreite $L = 75 \text{ \AA}$ und verschiedenen Ladungsdichten n und Dotierungsprofilen verwendet. Die gemessenen SRs-Zeiten τ_z bei Zimmertemperatur für die acht von Terauchi *et al.* untersuchten Proben sind mit anderen Probenparametern in Tabelle 2.2 dargestellt.

Dotierung	Probe	$n [10^{11} \text{ cm}^{-2}]$	$\mu_{\text{Hall}} [\text{cm}^2/\text{Vs}]$	$\tau_z [\text{ps}]$
Barriere n -dotiert	(a)	1.4	4600	33
	(b)	2.6	4700	32
	(c)	4.7	4200	37
Trog n -dotiert	(d)	0.4	3500	35
	(e)	2.4	2800	43
	(f)	6.0	2500	49
Trog n - und p -dotiert	(g)	4.7	800	105
	(h)	9.8	1500	56

TABELLE 2.2: *Probenparameter und Spinrelaxationszeiten im Experiment von Terauchi et al.:¹⁶⁷ Die Proben (a), (b) und (c) wurden nur in der Barriere n -dotiert, während (d), (e) und (f) nur im Trog n -dotiert wurden. Die Proben (g) und (h) wurden im Trog zusätzlich zur n -Dotierung noch schwach p -dotiert. Für alle Proben ist die durch die Dotierung erzeugte Ladungsdichte n , die bei Zimmertemperatur gemessene Hall-Beweglichkeit μ_{Hall} und die SRs-Zeit τ_z angegeben.*

Entsprechend den experimentellen Systemparametern wurden nach dem vorher erläuterten Schema die Parameter γ und $\langle k_z^2 \rangle$ als Funktion der Ladungsdichte berechnet (vgl. Abb. 2.11). Aufgrund der symmetrischen Dotierung der Systeme ist $\alpha = 0$.

Die im Experiment (vgl. Tab. 2.2) bestimmten Hall-Beweglichkeiten μ_{Hall} sind nur für isotrope Streumechanismen mit der Transport-Beweglichkeit μ_{tr} identisch (vgl. Anhang D.3). Ist beim Streumechanismus Kleinwinkelstreuung bevorzugt (wie bei den mit Typ II und III bezeichneten Mechanismen in Tab. D.1 auf S. 121), so ergibt sich die für die SR relevante Transportrelaxationszeit τ_{tr} aus

$$\tau_{\text{tr}} = \frac{m^*}{e} \mu_{\text{tr}}. \quad (2.28)$$

Die Transport-Beweglichkeit μ_{tr} unterscheidet sich von der Hall-Beweglichkeit μ_{Hall} um den für den Streumechanismus charakteristischen Hall-Faktor $r_{\text{Hall}} \gtrsim 1$, dessen Werte in Tab. D.1 angegeben sind. Unter Berücksichtigung dieses Korrekturfaktors berechnen wir die Transportrelaxationszeit nach Formel (2.28) mit der effektiven

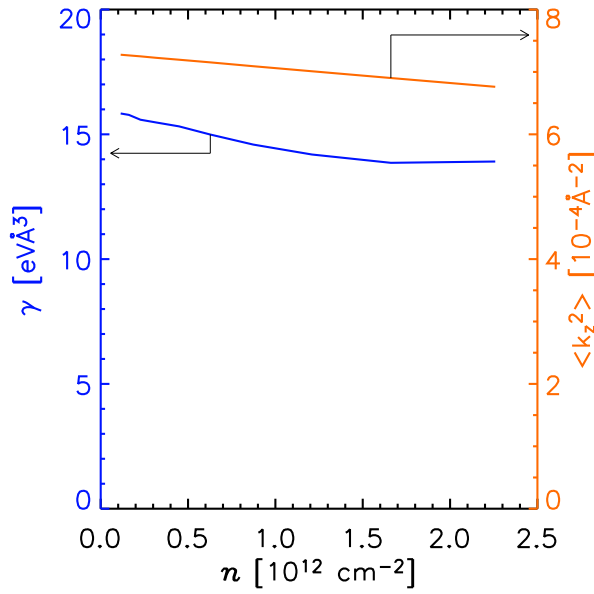


ABBILDUNG 2.11: Berechnete Spinaufspaltungsparameter γ (linke Achse) und $\langle k_z^2 \rangle$ (rechte Achse) als Funktion der Elektronendichte n für symmetrisch dotierte $\text{Al}_{0.4}\text{Ga}_{0.6}\text{As}/\text{GaAs}$ -Tröge mit $L = 75 \text{ \AA}$.

Masse von GaAs-Volumenmaterial ($m^*/m_0 = 0.0665$). Wir erhalten so aus der bei Zimmertemperatur gemessenen Hall-Beweglichkeit je eine Transportrelaxationszeit für jeden Streumechanismus. Für die Auswertung der SRs-Zeit τ_z als Funktion der Temperatur T setzen wir (für alle T) diese Transportrelaxationszeiten in Gl. (2.27) ein. Die Variation von τ_z mit T ist hier ausschließlich durch die Verteilungsfunktion bestimmt. Die jeweiligen Ergebnisse können wegen $\tau_z \propto \tau_{\text{tr}}^{-1}$ jedoch leicht auf andere (evtl. temperaturabhängig gemessene) Beweglichkeiten umgerechnet werden. Die berechneten $\tau_z(T)$ im Vergleich mit den Meßdaten von Terauchi *et al.* werden in Abb. 2.12 gezeigt. Zum Vergleich sind zusätzlich die Gln. (2.14) bzw. (2.17) für den entarteten bzw. nichtentarteten Grenzfall ausgewertet.

Die in Abschnitt 2.3.4 hergeleitete verallgemeinerte Beschreibung der Temperaturabhängigkeit reproduziert im Bereich tiefer bzw. hoher Temperaturen das mit der Näherung für den entarteten bzw. nichtentarteten Grenzfall erzielte Resultat. Für die meisten der betrachteten Systeme ist bei Zimmertemperatur der nichtentartete Grenzfall in guter Näherung gegeben. Entsprechend beobachtet man in diesem Temperaturbereich nur eine geringe Abweichung zwischen der verallgemeinerten Formel und der Näherungsformel für nichtentartete Systeme.

In GaAs ist bei Zimmertemperatur die Beweglichkeit durch die Streuung am Deformationspotential akustischer Phononen (Typ I) und an polar optischen Phononen (Typ II) dominiert (Lundstrom¹¹⁴). Die bei niedrigen Temperaturen meist dominante Streuung an ionisierten Störstellen (schwach abgeschirmt: Typ III, stark abgeschirmt: Typ I) ist bei der hier vorliegenden Temperatur nicht mehr relevant.¹¹⁴ Dementsprechend ist die für Streumechanismen vom Typ III berechnete Kurve hier für den Vergleich mit dem Experiment nicht mehr von Bedeutung. Die von Terauchi *et al.* gemessenen SRs-Zeiten liegen für alle untersuchten Proben im Bereich der für

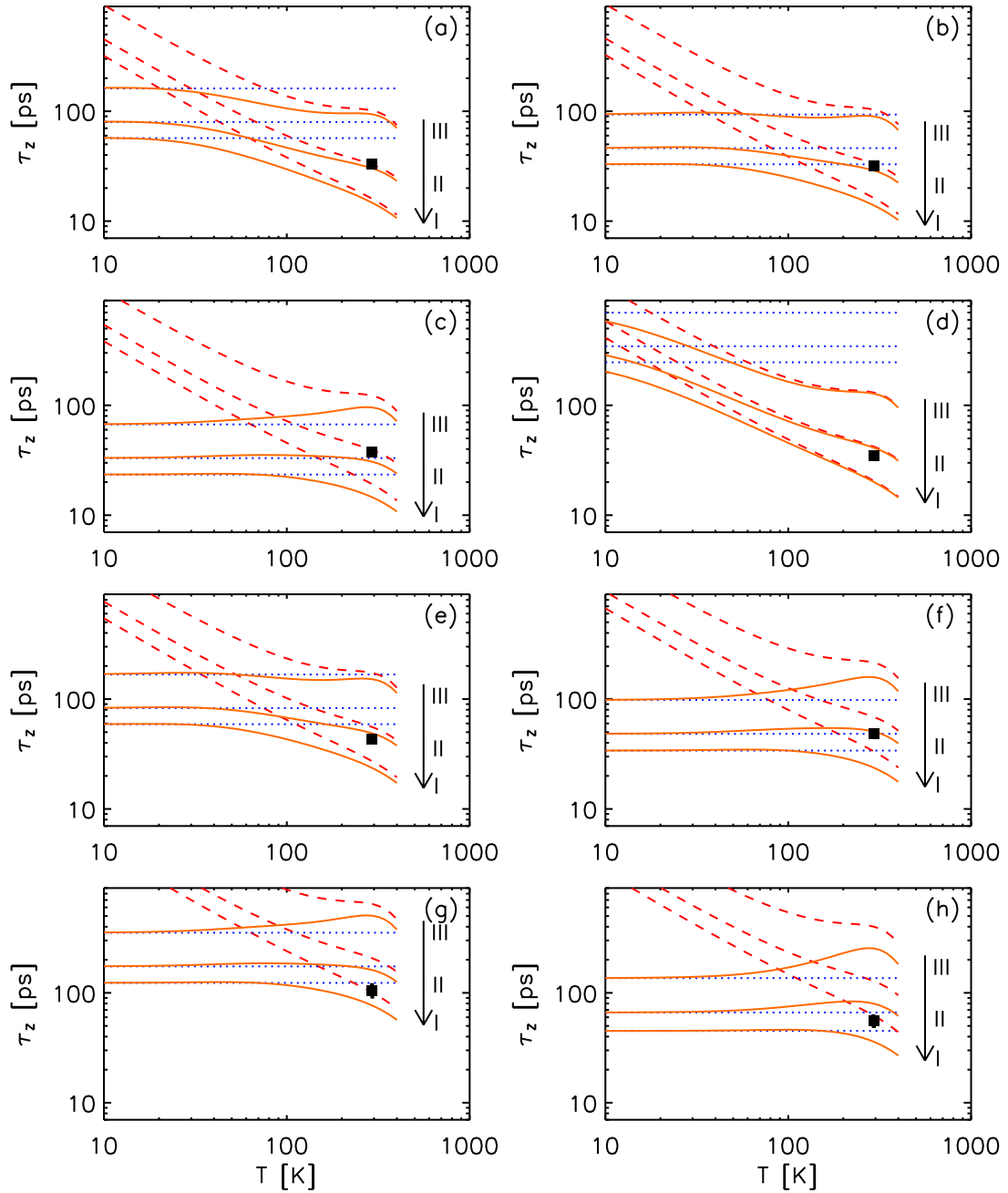


ABBILDUNG 2.12: Berechnete Spinrelaxationszeiten τ_z als Funktion der Temperatur im Vergleich mit Meßergebnissen bei Zimmertemperatur (Quadrate) von Terauchi et al.¹⁶⁷ für die Proben (a) bis (h). Gezeigt werden (jeweils für Streumechanismen vom Typ I, II, III) die Resultate der Näherungen im entarteten (Gl. (2.14), gepunktet) bzw. nichtentarteten (Gl. (2.17), gestrichelt) Grenzfall, sowie die mit der für beliebige T verallgemeinerten Gl. (2.27) berechneten τ_z (durchgezogen). Die jeweils oberste Kurve entspricht der Annahme von Streuung an schwach abgeschirmten ionisierten Störstellen (Typ III), während für die jeweils mittleren und unteren Kurven Streumechanismen vom Typ II bzw. I (vgl. Tab. D.1) angenommen wurden. Die Transportstreuzeit wurde (temperaturunabhängig) passend zum experimentellen Wert der Hall-Beweglichkeit bei Zimmertemperatur gesetzt.

Streuung vom Typ I und II theoretisch berechneten Werte. Die für die Proben (g) und (h) gemessenen τ_z liegen näher an der für Streuung vom Typ I berechneten Theoriekurve. Dies kann dadurch erklärt werden, daß nur diese beiden Proben sowohl mit Donatoren als auch mit Akzeptoren dotiert wurden. Da die Akzeptoren nicht ionisiert sind, wird im Vergleich zu den übrigen Proben die Streuung an ungeladenen Störstellen (Typ I) wichtiger. Diese Argumentation wird auch dadurch unterstützt, daß durch den zusätzlichen Streumechanismus die Beweglichkeit reduziert wird (vgl. Tab. 2.2).

Damit wurde für acht verschiedene Proben eine bemerkenswert gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment erzielt.

Für die eben betrachteten symmetrischen Systeme wurde vor kurzem von Lau *et al.*¹¹¹ bereits mit einem ähnlichen[†] EFA-basierten Verfahren ein Vergleich mit experimentellen Ergebnissen durchgeführt. Die Übereinstimmung mit dem Experiment ist vergleichbar mit der hier festgestellten.

Darüber hinausgehend soll hier noch ein Vergleich mit der von Ohno *et al.*¹³³ durchgeführten Messung der SRs-Zeit als Funktion der Temperatur durchgeführt werden. Die im Experiment verwendete Probe entspricht der Struktur (d) von Tera-

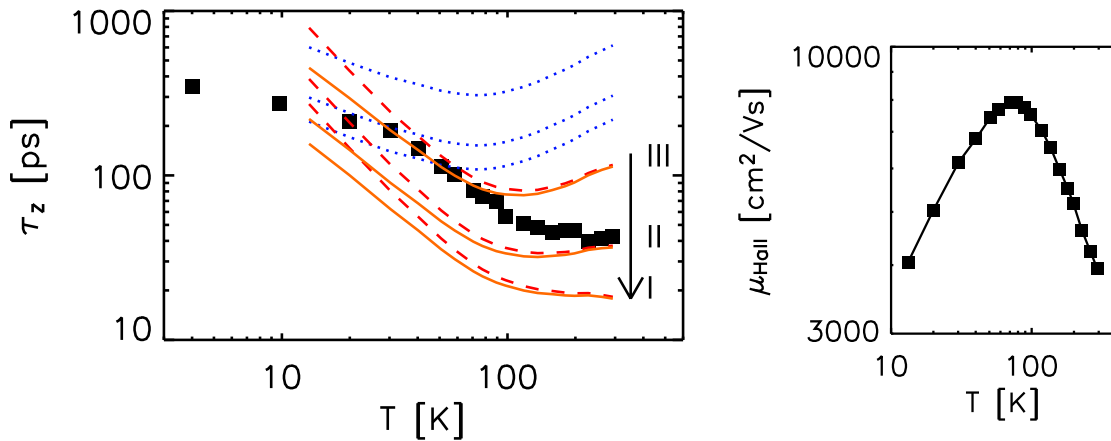


ABBILDUNG 2.13: Berechnete Spinrelaxationszeiten τ_z (links) und von Ohno *et al.*^{132,133} gemessene Hall-Beweglichkeit $\mu_{\text{Hall}}(T)$ (rechts) als Funktion der Temperatur T . Die Meßergebnisse für τ_z von Ohno *et al.*¹³³ sind als Quadrate eingezeichnet. Die Beschriftung des Plots ist wie in Abb. 2.12 und die verwendeten Probendaten sind die der Probe (d) von Tab. 2.2. Bei niedrigen Temperaturen liegen keine Meßwerte für die Hall-Beweglichkeit vor. Deshalb kann in diesem Bereich keine Berechnung von τ_z durchgeführt werden.

uchi *et al.*¹⁶⁷ und die Messung der SRs-Zeit basiert auf dem gleichen *pump-probe*-Verfahren. Die dabei erzielten Resultate für $\tau_z(T)$ sind in Abb. 2.13 dargestellt. Wie

[†]Vermutlich wurde in der Arbeit von Lau *et al.* nicht selbstkonsistent gerechnet. Ebenfalls unklar ist, ob bzw. auf welche Weise die Temperaturabhängigkeit behandelt wurde.

vorher wird die SRs-Zeit τ_z als Funktion der Temperatur berechnet, wobei diesmal für jede Temperatur der aus der gemessenen Hall-Beweglichkeit (vgl. Abb. 2.13) bestimmte Wert der Transportrelaxationszeit verwendet werden kann. Die für die drei Typen von Streumechanismen berechneten $\tau_z(T)$ werden zusammen mit den Näherungen für den entarteten und nichtentarteten Grenzfall in Abb. 2.13 gezeigt.

Wie schon bei den Experimenten von Terauchi *et al.*¹⁶⁷ ergibt sich unter der Annahme eines Streumechanismus vom Typ II (z. B. polar optische Phononen) bei Zimmertemperatur eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Die beobachtete Abnahme der Hall-Beweglichkeit bei hohen Temperaturen ist typisch für Streuung an Phononen¹¹⁴ und paßt somit gut zu unserer Interpretation.

Im Temperaturbereich bis etwa 100 K werden die experimentellen Ergebnisse gut durch die Theoriekurve zum Streumechanismus vom Typ III reproduziert. Dieser entspricht der Streuung an schwach abgeschirmten ionisierten Störstellen. In einer nicht modulationsdotierten Probe, wie sie hier untersucht wird, begrenzt dieser Mechanismus die Beweglichkeit typischerweise bei niedrigen Temperaturen und führt zu einem charakteristischen Anstieg der Beweglichkeit mit der Temperatur,¹¹⁴ wie er auch im Experiment beobachtet wurde.

Die Temperaturabhängigkeit der Hall-Beweglichkeit bei mittleren T im Bereich 80–200 K deutet darauf hin, daß die Streuung an ionisierten Störstellen als der die Beweglichkeit dominierende Mechanismus von der Streuung an Phononen abgelöst wird. Passend dazu bewegen sich in diesem Regime die gemessenen $\tau_z(T)$ von der Theoriekurve zum Typ III weg und auf diejenige zum Typ II zu.

Trotz der insgesamt überzeugenden Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zeichnet sich im Bereich niedriger Temperaturen $T \sim 20$ K eine zu kleinen T hin wachsende Diskrepanz ab. Wegen fehlender Meßdaten zur Hall-Beweglichkeit für $T < 13$ K kann dies nicht genauer untersucht werden. Mögliche Ursachen für die Abweichung könnten vereinfachende Annahmen in der Streutheorie sein. So ergeben sich beispielsweise bei niedrigen Temperaturen für die Streuung an ionisierten Störstellen unter Umständen Abweichungen¹¹⁴ vom einfachen Potenzgesetz (2.25).

Im Unterschied zu den hier betrachteten Experimenten ist in Proben mit hoher Beweglichkeit die Vernachlässigung von Elektron-Elektron-Streuung eine weitere mögliche Quelle für systematische Fehler. Da bei solchen Prozessen der Gesamtimpuls des Elektronensystems erhalten bleibt, wird die Beweglichkeit davon nicht beeinflusst. Die DP-SR wird jedoch grundsätzlich durch jede Art von Streuung der Elektronen vermindert. Die sich daraus ergebenden Korrekturen wurden vor kurzem von Glazov & Ivchenko^{69, 71, 72} berechnet und sind vor allem bei Systemen mit hoher Beweglichkeit von Bedeutung.

2.3.8 Wertung der Ergebnisse

In diesem Kapitel haben wir die Theorie der DP-SR zur Berechnung von elektronischen SRs-Zeiten angewandt. Über das bisherige Vorgehen hinaus wurde durch die Verwendung der selbstkonsistenten EFA eine realistischere Beschreibung der Spinaufspaltung und damit auch der SR möglich. Durch eine über die bekannten Näherungen für hohe und tiefe Temperaturen hinausgehende Erweiterung der Theorie der DP-SR wird die Möglichkeit zur zwanglosen Berechnung der Temperaturabhängigkeit der Relaxationszeiten geschaffen. Für den Übergangsbereich zwischen den Grenzfällen ist damit eine konsistente Theorie vorhanden und Überlegungen im Hinblick auf die Entartung bzw. Nichtentartung des Elektronengases sind nicht mehr notwendig.

Die Stärken unseres Zugangs werden durch den Vergleich der berechneten mit den experimentell von Terauchi *et al.*¹⁶⁷ bzw. Ohno *et al.*¹³³ bestimmten SRs-Zeiten τ_z unterstrichen. Durch Anwendung einer vereinfachten Theorie erhielten diese Autoren Ergebnisse, die um eine Größenordnung vom Experiment abwichen, während wir hier eine quantitative Übereinstimmung erzielen konnten.

Für die bisher nicht gemessenen SRs-Zeiten τ_{\pm} von Spins in der Wachstumsebene (001) erhalten wir in Übereinstimmung mit der Theorie von Averkiev & Golub⁶ eine starke Anisotropie. Zusätzlich ergibt sich aus unseren Rechnungen eine nichtmonotone Abhängigkeit der Zeit τ_+ oder τ_- von der Elektronendichte. Diese Eigenschaft ist stabil unter Temperaturerhöhung.

Da mit unserer Methode eine gute Beschreibung von gemessenen τ_z möglich ist, erscheint die Hoffnung auf eine realistische Beschreibung der Zeiten τ_{\pm} gerechtfertigt. Deshalb wurden mögliche Wege zur experimentellen Untersuchung der *in-plane*-SR aufgezeigt.

KAPITEL 3

Einfluß der Grenzflächen-Asymmetrie auf die Spinrelaxation von Elektronen

Dieses Kapitel beginnt mit einem kurzen Überblick über relevante Experimente und theoretische Beiträge zum Einfluß der mikroskopischen Asymmetrie der Grenzfläche zweier Halbleiter (Abschnitt 3.1). Danach werden in Abschnitt 3.2 Zusatzterme zum Standard- $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Hamiltonian eingeführt, die es ermöglichen, diese darin bislang nicht erfaßte Asymmetrie zu beschreiben. Die dadurch ermöglichte zusätzliche Kopplung zwischen *heavy hole-* (hh) und *light hole-* (lh) Zuständen[†] beeinflusst nicht nur die Dispersion der Loch-Subbänder, sondern in geringerem Maße auch die der elektronischen. Insbesondere ergibt sich ein Zusatzbeitrag zur Spinaufspaltung der Elektron-Subbänder, den wir abschätzen, indem das Problem störungstheoretisch auf ein effektives 2×2 -Modell für das Leitungsband reduziert wird. Schließlich präzisieren wir in Abschnitt 3.3 durch eine numerische Rechnung den Einfluß des Zusatztermes auf die Spinaufspaltung und diskutieren die sich daraus ergebenden Modifikationen der elektronischen Spinrelaxation.

[†]Hierbei wurden die Zustände des obersten Valenzbandes (Γ_8^v) mit großer (kleiner) Krümmung ihrer Dispersion am Γ -Punkt als *light hole* (*heavy hole*) bezeichnet (vgl. Abb. 1.2 auf Seite 11).

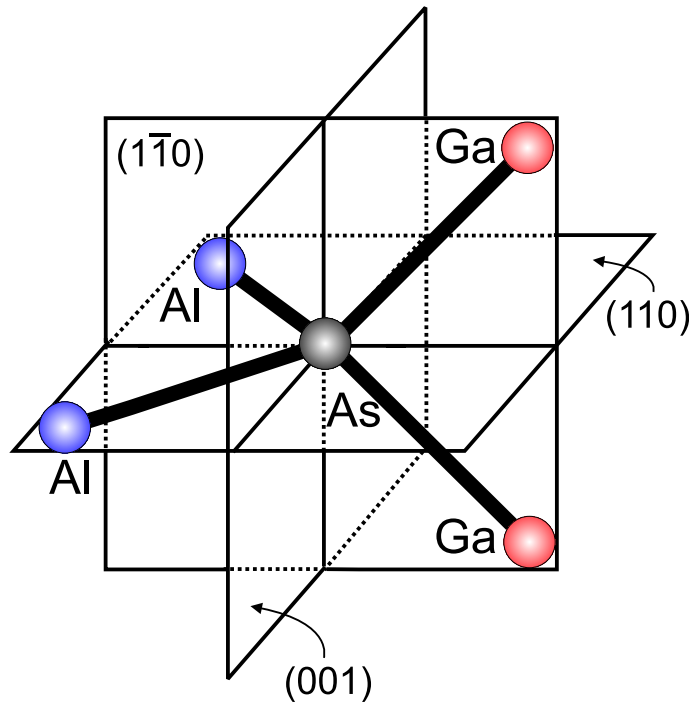


ABBILDUNG 3.1: Position der nächsten Nachbarn eines Arsen-Atoms in einer GaAs/AlAs-Heterostruktur. Diese hat die Symmetriegruppe C_{2v} mit zwei Spiegelebenen (110) und $(1\bar{1}0)$ und der zweizähligen Drehachse parallel zur Wachstumsrichtung $[001]$.

3.1 Experimente und theoretische Vorarbeiten

Durch Fortschritte in der Herstellungstechnologie ermöglicht die Qualität heutiger Halbleiterstrukturen die Beobachtung des Zusammenhangs von Gitterstruktur und elektronischen Eigenschaften auf atomarer Skala. Ein bedeutender Befund in diesem Zusammenhang ist, daß die mikroskopische Asymmetrie des Interface von auf der (001) -Ebene gewachsenen Heterostrukturen sogar bei verschwindendem *in-plane* Wellenvektor die Kopplung zwischen *heavy hole*- und *light hole*-Zuständen erlaubt (Ivchenko *et al.*⁸⁵). Diese reduzierte Symmetrie wird im folgenden als *Interface-induzierte Asymmetrie* (IIA) bezeichnet. Ziel dieses Kapitels ist ein grundlegendes und quantitatives Verständnis des Beitrags der IIA zur Spinaufspaltung im Leitungsband. Wie schon in Kap. 2 demonstriert, steht diese in unmittelbarem Zusammenhang mit der elektronischen Spinrelaxation.

Ein wichtiges Ergebnis der jüngeren Vergangenheit ist der Zusammenhang zwischen der mikroskopischen Asymmetrie einer in $[001]$ -Richtung gewachsenen Heterostruktur und der Kopplung von schweren (*heavy hole*) und leichten (*light hole*) Löchern bei verschwindendem *in-plane*-Wellenvektor \mathbf{k}_{\parallel} . Der üblicherweise verwendete $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Hamiltonian (siehe z. B. Anhang A) hat für eine (001) -gewachsene Heterostruktur die Symmetrie der Gruppe D_{2d} (Winkler *et al.*¹⁸⁴). Diese beinhaltet alle Symmetrioperationen von T_d (entsprechend dem Zinkblende-Volumenkristall), die die (001) -Ebene unverändert lassen, d. h. die Richtung $[001]$ entweder auf $[001]$ oder auf $[00\bar{1}]$ abbilden. Im Gegensatz dazu beinhaltet C_{2v} nur diejenigen Operationen von T_d (bzw. D_{2d}), die die $[001]$ -Richtung invariant lassen, was der mikroskopischen

Symmetrie eines Interface entspricht (vgl. Abb. 3.1).⁸⁵ Die IIA verringert die Symmetrie also nur lokal am Interface auf der Skala der atomaren Bindungslänge.

Für ansonsten symmetrische Trogssysteme, bei denen Trog- und Barrierenmaterial ein Atom gemeinsam haben (*common-atom*, CA) ergibt sich die höhere Symmetrie D_{2d} , da beide Grenzflächen äquivalent sind. Gibt es jedoch kein gemeinsames Atom (*no-common-atom*, NCA), so existieren zwei Arten von möglichen Bindungen an einer Grenzfläche zwischen den Halbleitern K_1A_1 und K_2A_2 :

$$K_1 - A_2 \quad \text{oder} \quad K_2 - A_1 .$$

Hierbei bezeichnen $K_{1,2}$ ($A_{1,2}$) die Kationen (Anionen) der beiden Materialien. Entsprechend den Bindungstypen an den beiden Grenzflächen unterscheidet man zwei Fälle: Sind die Bindungen äquivalent, so ergibt sich die Symmetrie D_{2d} . Für den Fall nicht-äquivalenter Bindungen wird die Symmetrie zu C_{2v} erniedrigt (Krebs & Voisin¹⁰⁹). Die Thematik der durch die mikroskopische Interfacestruktur reduzierten Symmetrie wurde bereits in früheren Arbeiten von Dandrea & Duke³⁹ und Picozzi *et al.*¹³⁸ in anderem Zusammenhang diskutiert.

Aus gruppentheoretischen Überlegungen von Ivchenko *et al.*⁸⁵ folgt, daß die erwähnte *hh-lh*-Kopplung am Γ -Punkt für die Symmetrie D_{2d} verboten und für C_{2v} dagegen erlaubt ist. Frühe *tight-binding*-Rechnungen von Chang und Schulman^{28, 29, 155} sagen die Kopplung bereits voraus. Eine wichtige Konsequenz der IIA ist die optische Anisotropie in der (001)-Ebene, die zu verschieden starker Absorption von in [110]- bzw. $[1\bar{1}0]$ -Richtung linear polarisiertem Licht führt.^{108, 109}

Dies wurde von Krebs & Voisin¹⁰⁹ für NCA-Quantentröge vorhergesagt, indem sie zur Beschreibung der IIA in einem phänomenologischen Modell einen Zusatzterm H_{BF} zum $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Hamiltonian einführen, der zwischen nach hinten (*backward*, B) oder nach vorne (*forward*, F) aus der Interfaceebene ragenden Bindungen unterscheidet. Die experimentelle Bestätigung an GaInAs/InP-Trögen durch Krebs *et al.*¹⁰⁸ führte zu zahlreichen weiteren experimentellen^{35, 118, 120, 134, 168, 169, 190} und theoretischen^{32, 36, 119} Arbeiten.

Die Anwendung des H_{BF} -Modells auf NCA-Quantentröge im Rahmen eines axialsymmetrischen $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Modells unter Vernachlässigung von BIA-Beiträgen (vgl. Abschnitt 2.2.1) ergab eine Spinaufspaltung der ansonsten entarteten Subbänder, die bei den Löchern um eine Größenordnung über der bei Elektronen lag (Vervoort¹⁷⁴). Die Auswirkung auf die Spinrelaxation von Löchern — behandelt analog zum DP-Mechanismus (vgl. Abschnitt 2.2.3) — wurde von Vervoort *et al.*¹⁷³ untersucht. Es ergab sich dabei eine um Größenordnungen schnellere Spinrelaxation als bei Berechnung nach dem üblichen,^{56, 141} EY-ähnlichen Mechanismus (vgl. Abschnitt 2.1). Ein experimenteller Vergleich der SRs-Raten (von Elektronen und Löchern) in CA- und NCA-Quantentrögen ergab weitere Hinweise auf die Auswirkungen der IIA (Guettler⁷⁷). Zusätzliche Beiträge lieferten Rechnungen mit empirischen Pseudopotentialen

von Edwards & Inkson,⁵¹ die die teilweise Konversion eines hh in ein lh bei senkrechter Inzidenz an einer GaAs/AlAs-(001)-Heterostruktur aufzeigen.

Die erwähnten Experimente und theoretischen Arbeiten gaben den Anstoß zu einer Erweiterung der $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Theorie, so daß die C_{2v} -Symmetrie des Interface korrekt berücksichtigt werden kann. Dazu wird ausgehend von einer verallgemeinerten Anschlußbedingung (Aleiner & Ivchenko,³ Ivchenko *et al.*⁸⁶) ein Zusatzterm zum Standard- $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Hamiltonian (wie in Anhang A angegeben) hergeleitet. Dieser beschreibt für eine Einfachheterostruktur quantitativ die Stärke der Kopplung von hh und lh durch einen Parameter t_{X-Y} , der durch eine tight-binding-Rechnung oder durch Vergleich mit dem Experiment bestimmt werden kann (Ivchenko *et al.*⁸⁵). Dieser Ansatz ist äquivalent zum oben erwähnten H_{BF} -Modell (Chen³²). Durch Einführung je eines Parameters t_{X-Y} für jedes Interface wurde das Modell auf Systeme mit mehreren verschiedenen Grenzflächen, wie sie z. B. bei NCA-Quantentrögen auftreten, verallgemeinert (Ivchenko *et al.*⁸⁸).

3.2 Interface-Asymmetrie und $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Theorie

In diesem Abschnitt wird die IIA durch einen Zusatzterm zum 8×8 -Hamiltonian in der $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Theorie berücksichtigt. Anschließend bestimmen wir durch Löwdin-Störungstheorie den Einfluß auf das Leitungsband.

3.2.1 Löwdin-Störungstheorie ohne Spin

Zur Demonstration der Methode vernachlässigen wir zunächst den Spin und schreiben den Interface-Term als

$$H_{X-Y} = \pm \frac{\hbar^2 t_{X-Y}}{m_0 a_0} \{J_x, J_y\} \delta(z - z_i) = \pm \frac{i\hbar^2 t_{X-Y}}{2m_0 a_0} \delta(z - z_i) \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

mit der Invarianten unter den Operationen von C_{2v}

$$\begin{aligned} \{J_x, J_y\} &= \frac{1}{2} (J_x J_y + J_y J_x), \\ J_x &= y p_z - z p_y, \\ J_y &= z p_x - x p_z, \end{aligned}$$

der Ruhemasse des Elektrons m_0 , der Gitterkonstanten a_0 und z_i als Position des Interface (Ivchenko *et al.*⁸⁵). Das Vorzeichen \pm gibt die Orientierung des Interface an. H_{x-y} hat nach Konstruktion die Symmetrie C_{2v} , wobei t_{X-Y} ein dimensionsloser Parameter ist, der die Stärke der IIA angibt. Die Matrixdarstellung von $\{J_x, J_y\}$ ist in der Basis der Valenzbandzustände mit Drehimpuls $I = 1$ und $M_I = +1, 0, -1$ angegeben (vgl. Ivchenko & Pikus⁸⁷).

Mit dem in Abschnitt 1.2 eingeführten Löwdin-*Partitioning* berechnen wir nun in einem 4×4 -Modell (entsprechend 8×8 ohne Spin) die Auswirkungen des Interface-Asymmetrieterms H_{X-Y} auf das 1×1 -Leitungsband (Rössler & Kainz¹⁴⁷):

$$H'_{cc} = \sum_{\alpha \in v} \frac{H'_{c\alpha} H'_{\alpha c}}{E_c^0 - E_\alpha^0} + \sum_{\alpha, \beta \in v} \frac{H'_{c\alpha} H'_{\alpha\beta} H'_{\beta c}}{(E_c^0 - E_\alpha^0)(E_c^0 - E_\beta^0)} + \dots \quad (3.2)$$

Dabei erfolgt die Summation über die Valenzband-Basiszustände v und unter Benutzung von $k_\pm = k_x \pm ik_y$, $H'_{cv} = \frac{P}{\sqrt{2}} (-k_+, \sqrt{2}k_z, k_-)$ sowie Kanes Matricelement P .

Um den Beitrag von H_{X-Y} (Gl. (3.1)) in niedrigster Ordnung in \mathbf{k}_\parallel zu erhalten, setzen wir $H'_{vv} = H_{X-Y}$ in Gl. (3.2) ein und beschränken uns auf den zweiten Term der rechten Seite, da der erste nicht von H'_{vv} abhängt und die weiteren nur Beiträge höherer Ordnung in \mathbf{k}_\parallel liefern. Da die Bandlücke E_0 zwischen Leitungs- und Valenzband groß gegen die Energien aufgrund der Subbanddispersion ist, nähern wir für $\alpha \in v$ den Energienenner $E_c^0 - E_\alpha^0$ durch die Größe der Energielücke (*gap*) E_0 :

$$\begin{aligned} H'_{cc} &= \frac{PP^*}{2E_0^2} (-k_+, \sqrt{2}k_z, k_-) \frac{\pm i\hbar^2 t_{X-Y}}{2m_0 a_0} \delta(z - z_i) \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -k_+^* \\ \sqrt{2}k_z^* \\ k_-^* \end{pmatrix} \\ &= \mp \frac{|P|^2}{E_0^2} \frac{\hbar^2 t_{X-Y}}{m_0 a_0} \delta(z - z_i) k_x k_y. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Dieser Term ist — wie gefordert — invariant unter C_{2v} und Zeitumkehr, jedoch nicht unter D_{2d} . Er beschreibt eine Abweichung (*warping*) von der ansonsten isotropen Dispersion im Elektron-Subband. Diese ist insbesondere für $[110]$ - und $[1\bar{1}0]$ -Richtung verschieden. Beachtenswert ist noch, daß sich im Fall eines symmetrischen Trogens mit äquivalenten Grenzflächen die beiden Beiträge (mit gleichen Beträgen und entgegengesetzten Vorzeichen) aufheben.

3.2.2 Korrekturterme zur Spinaufspaltung im Leitungsband

Nun wird die eben gezeigte Herleitung durch Berücksichtigung des Spins und der Spin-Bahn-Wechselwirkung erweitert. Der Grenzflächenasymmetrieterm für das Valenzband hat in der Darstellung für die Basiszustände $|X, Y, Z; \uparrow\rangle, |X, Y, Z; \downarrow\rangle$ (vgl. Abschnitt 1.3), die mit $|1\tilde{m}\rangle$, $\tilde{m} = 1, \dots, 6$ durchnummeriert werden, die Gestalt⁸⁵

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{X-Y} &= \pm \frac{\hbar^2 t_{X-Y}}{m_0 a_0} \begin{pmatrix} \{J_x, J_y\} & 0 \\ 0 & \{J_x, J_y\} \end{pmatrix} \delta(z - z_i), \\ \{J_x, J_y\} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Wir wechseln jetzt die Basis und verwenden die gekoppelten Drehimpulszustände $|jm\rangle_v$ (vgl. Tabelle 1.1) mit $j = \frac{3}{2}$, $m = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$ und $j = \frac{1}{2}$, $m = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$:

$$H_{X-Y}^{jm,j'm'} = \sum_{\tilde{m}\tilde{m}'} {}_v\langle jm|1\tilde{m}\rangle \tilde{H}_{X-Y}^{\tilde{m},\tilde{m}'} \langle 1\tilde{m}'|j'm'\rangle_v$$

und erhalten

$$H_{X-Y} = h_{X-Y} \left(\begin{array}{cccc|cc} 0 & 0 & i/2 & 0 & 0 & -i/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & i/2 & 0 & 0 \\ -i/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i/2 & 0 & 0 & -i/\sqrt{2} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & i/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ i/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) =: \begin{pmatrix} H'_{vv} & H'_{vs} \\ H'_{sv} & H'_{ss} \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

mit

$$h_{X-Y} = \mp \frac{\hbar^2 t_{X-Y}}{\sqrt{3} m_0 a_0} \delta(z - z_i).$$

Der obere 4×4 Diagonalblock H'_{vv} ist proportional zu $\{J_x, J_y\}$, dargestellt in der neuen Basis. Er koppelt hh - und lh -Zustände. Genauer ausgedrückt werden Zustände $|\frac{3}{2} \pm \frac{3}{2}\rangle$ mit $|\frac{3}{2} \mp \frac{1}{2}\rangle$ gekoppelt.¹⁸³

Analog zum Vorgehen im vorigen Abschnitt 3.2.1 berechnen wir nun den IIA-Beitrag zum 2×2 -Leitungsband-Hamiltonian:

$$\begin{aligned} H'_{cc} &= \begin{matrix} \text{Beiträge unabhängig von } H_{X-Y} \\ \text{(werden vernachlässigt)} \end{matrix} + \sum_{\alpha, \beta \in \{v, s\}} \frac{H'_{c\alpha} H'_{\alpha\beta} H'_{\beta c}}{(E_c^0 - E_\alpha^0)(E_c^0 - E_\beta^0)} + \dots \\ &= \frac{H'_{cv} H'_{vv} H'_{vc}}{E_0^2} + \frac{H'_{cs} H'_{sv} H'_{vc} + H'_{cv} H'_{vs} H'_{sc}}{E_0(E_0 + \Delta_0)} + \frac{H'_{cs} H'_{ss} H'_{sc}}{(E_0 + \Delta_0)^2} + \dots \end{aligned}$$

mit der Aufspaltung Δ_0 zwischen dem (Γ_8^v) -Valenzband und dem *split-off* Band[†]. Daraus erhält man mit (vgl. Gl. (A.1))

$$H_{cv} = P \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2}k_+ & \sqrt{2/3}k_z & 1/\sqrt{6}k_- & 0 \\ 0 & -1/\sqrt{6}k_+ & \sqrt{2/3}k_z & 1/\sqrt{2}k_- \end{pmatrix}$$

und

$$H_{cs} = \frac{1}{\sqrt{3}} P \begin{pmatrix} -k_z & -k_- \\ -k_+ & k_z \end{pmatrix}$$

[†]So wird üblicherweise das Γ_7^v -Band (vgl. Abb. 1.2) bezeichnet.

schließlich

$$\begin{aligned}
H'_{cc} &= \frac{P^2}{\sqrt{3}} \left\{ \frac{1}{E_0^2} \begin{pmatrix} k_x k_y h_{X-Y} & \frac{1}{2} k_+ [k_z, h_{X-Y}] \\ \frac{1}{2} k_- [k_z, h_{X-Y}] & k_x k_y h_{X-Y} \end{pmatrix} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{E_0(E_0 + \Delta_0)} \begin{pmatrix} 2k_x k_y h_{X-Y} & -\frac{1}{2} k_+ [k_z, h_{X-Y}] \\ -\frac{1}{2} k_- [k_z, h_{X-Y}] & 2k_x k_y h_{X-Y} \end{pmatrix} \right\} \\
&= \mp \frac{\hbar^2 t_{X-Y}}{m_0 a_0} \frac{P^2}{E_0^2} \left\{ \left(\frac{1}{3} + \frac{2E_0}{3(E_0 + \Delta_0)} \right) \delta(z - z_i) k_x k_y \mathbb{1}_{2 \times 2} + \right. \\
&\quad \left. + i \left(\frac{1}{6} - \frac{E_0}{6(E_0 + \Delta_0)} \right) [k_z, \delta(z - z_i)] (k_x \sigma_x - k_y \sigma_y) \right\}. \tag{3.5}
\end{aligned}$$

Setzt man $\Delta_0 = 0$, was einer Vernachlässigung von Spin-Bahn-Effekten entspricht, so wird das Ergebnis im spinlosen Fall (Gl. (3.3)) reproduziert.[†]

Betrachtet man das einfache Subbandproblem $H_{cc} \xi_\nu(z) = \varepsilon_\nu \xi_\nu(z)$ (H_{cc} : Effektivmassenhamiltonian) für den Subbandindex ν als gelöst, so erhält man als Korrektur für die „Störung“ durch den IIA-Term H'_{cc} aus Gl. (3.5) folgende Beiträge:

- Zum Diagonalterm der Subbanddispersion ε_ν muß der Term

$$\int_{-\infty}^{\infty} \xi_\nu^*(z) H'_{cc}(z) \xi_\nu(z) dz$$

addiert werden, so daß

$$H'_{cc, \text{diag}} = \mp \frac{\hbar^2 t_{X-Y}}{m_0 a_0} \frac{P^2}{E_0^2} \left(\frac{1}{3} + \frac{2E_0}{3(E_0 + \Delta_0)} \right) k_x k_y |\xi_\nu(z_i)|^2.$$

Dieser Beitrag führt zu asymmetrischem *warping* der Subbanddispersion.

- Mit partieller Integration berechnet man

$$\int_{-\infty}^{\infty} \xi_\nu^*(z) [k_z, \delta(z - z_i)] \xi_\nu(z) dz = i \partial_z |\xi_\nu(z)|^2 \Big|_{z=z_i}$$

und daraus die Außerdiagonalterme

$$\begin{aligned}
H'_{cc, \text{off-diag}} &= \mp \underbrace{\frac{\hbar^2 t_{X-Y}}{m_0 a_0} \frac{P^2}{6E_0^2} \left(1 - \frac{E_0}{E_0 + \Delta_0} \right)}_{:=F} \partial_z |\xi_\nu(z)|^2 \Big|_{z=z_i} (k_y \sigma_y - k_x \sigma_x) \\
&= \eta (k_y \sigma_y - k_x \sigma_x), \quad \text{wobei } \eta = \mp F \partial_z |\xi_\nu(z)|^2 \Big|_{z=z_i}. \tag{3.6}
\end{aligned}$$

[†]Obwohl die durch IIA erzeugte Spinaufspaltung im Leitungsband bei Vernachlässigung der Spin-Bahn-Aufspaltung verschwindet, ist die IIA nicht durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung verursacht. Dies zeigt sich daran, daß die hh - lh -Kopplung im Valenzband auch im spinlosen Fall existiert (vgl. Abschnitt 3.2.1).

Gl. (3.6) beschreibt einen Beitrag zur Spinaufspaltung im Leitungsband, der die gleiche Struktur wie der \mathbf{k}_{\parallel} -lineare Anteil des BIA-Terms (Gl. (2.4)) hat. Er steht damit in Konkurrenz zum BIA-Term und kann die zugehörige Spinaufspaltung sowohl verstärken als auch abschwächen.

Der materialabhängige Vorfaktor F wächst mit abnehmender Energielücke E_0 und zunehmender Spin-Bahn-Aufspaltung Δ_0 . Der Parameter t_{X-Y} ist ein Maß für die Stärke der mikroskopischen Asymmetrie. Für ein Interface vom Typ AlAs/GaAs bzw. InP/Ga_{0.47}In_{0.53}As werden die Werte $t_{X-Y} = 0.76$ (Ivchenko *et al.*⁸⁵) bzw. 2.58^{\dagger} angegeben. Es sei hier noch angemerkt, daß die Größe des Parameters t_{X-Y} in der Literatur kontrovers diskutiert wird. Die Verwendung kleinerer Werte, wie von Magri & Zunger¹¹⁹ und Chen *et al.*³² vorgeschlagen, würde den Beitrag der IIA zur Spinaufspaltung reduzieren.

3.2.3 Abschätzung der Größenordnung der Spinaufspaltung

Um eine Abschätzung der zu erwartenden Größenordnung der Spinaufspaltung zu geben, werten wir die Ableitung $\partial_z |\xi_{\nu}(z)|^2|_{z=z_i}$ in Gl. (3.6) für den untersten gebundenen Subbandzustand in einem rechteckigen Quantentrog mit endlicher Tiefe V_0 und Breite L aus, wobei nur eines der beiden Interfaces berücksichtigt wird (Rössler & Kainz¹⁴⁷). Für die Materialkombinationen AlAs/GaAs bzw. InP/Ga_{0.47}In_{0.53}As wird mit Hilfe von Literaturwerten für t_{X-Y} (vgl. Tab. B.1) und dem aus den Bandparametern des Trogmaterials (vgl. Anhang B) berechneten Wert von F der IIA-Spinaufspaltungsparameter η aus Gl. (3.6) bestimmt. Die Resultate sind in Tabelle 3.1 angegeben.[‡] Die Ergebnisse für den IIA-Parameter η hängen nur wenig von der Trogtiefe V_0 ab, dagegen ganz erheblich von der Trogbreite L . Letzteres ist durch die — intuitiv zu erwartende — starke Zunahme der Ableitung $\partial_z |\xi_{\nu}(z)|^2|_{z=z_i}$ mit abnehmendem L erklärbar.

Für das GaAs-System mit $L = 100 \text{ \AA}$ ist $\eta \sim 3 \cdot 10^{-4} \text{ eV\AA}$. Verglichen mit typischen k -linearen Spinaufspaltungsparametern α und $\gamma \langle k_z^2 \rangle$ (vgl. Abb. 2.4) ist η um etwa eine Größenordnung kleiner. Entsprechend ist nur ein geringer Einfluß des IIA-Anteils auf die Spinaufspaltung von GaAs-basierten Systemen zu erwarten. Im Unterschied hierzu ist für einen Ga_{0.47}In_{0.53}As-Trog gleicher Breite der Wert von $\eta \sim 6 \cdot 10^{-3} \text{ eV\AA}$ mit typischen BIA- und SIA-Beiträgen (Das *et al.*⁴¹) vergleichbar.

[†]In Ivchenko *et al.*⁸⁸ ist fälschlicherweise ein Wert von $t_{lh} = \frac{1}{\sqrt{3}}t_{X-Y} = -2.58$ anstelle von $t_{X-Y} = -2.58$ angegeben, was auch in Ref. 147 übernommen wurde. Das in der vorliegenden Arbeit umgedrehte Vorzeichen beruht auf der umgekehrten Orientierung des Interface.

[‡]In der Abschätzung von Rössler & Kainz¹⁴⁷ wurde der von Ivchenko *et al.*⁸⁸ für InP/Ga_{0.47}In_{0.53}As angegebene Wert versehentlich auf das System GaInP/InAs bezogen. Die daraus resultierende Verwendung der InAs-Bandparameter führte zur einer Überschätzung des IIA-Terms. Die dort gezogene Schlußfolgerung, daß der IIA-Beitrag in seiner Bedeutung mit der durch SIA und BIA verursachten Spinaufspaltung vergleichbar sein kann, bleibt jedoch richtig. Dies zeigt die korrigierte Abschätzung mit den Ga_{0.47}In_{0.53}As-Bandparametern in Tab. 3.1.

Trog-Material	L [Å]	V_0 [eV]	$\partial_z \xi_\nu(z) ^2 _{z=-L/2}$ [Å ⁻²]	η [eVÅ]
GaAs	50	1.0	$9.79 \cdot 10^{-4}$	$\mp 1.5 \cdot 10^{-3}$
	100	0.2	$2.47 \cdot 10^{-4}$	$\mp 3.7 \cdot 10^{-4}$
	100	0.5	$2.24 \cdot 10^{-4}$	$\mp 3.4 \cdot 10^{-4}$
	100	1.0	$1.90 \cdot 10^{-4}$	$\mp 2.8 \cdot 10^{-4}$
	1000	0.2	$6.46 \cdot 10^{-7}$	$\mp 9.7 \cdot 10^{-7}$
$\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}$	50	0.2	$5.60 \cdot 10^{-4}$	$\mp 1.4 \cdot 10^{-2}$
	50	0.5	$8.64 \cdot 10^{-4}$	$\mp 2.1 \cdot 10^{-2}$
	100	0.2	$2.38 \cdot 10^{-4}$	$\mp 5.9 \cdot 10^{-3}$
	100	0.5	$2.42 \cdot 10^{-4}$	$\mp 6.0 \cdot 10^{-3}$
	100	1.0	$2.18 \cdot 10^{-4}$	$\mp 5.4 \cdot 10^{-3}$
	1000	0.2	$7.74 \cdot 10^{-7}$	$\mp 1.9 \cdot 10^{-5}$

TABELLE 3.1: Abschätzung für die Größe des IIA-Spinaufspaltungsparameters η an einem einzelnen Interface zwischen AlAs/GaAs ($t_{\text{X-Y}} = 0.76$, $F_{\text{GaAs}} = 1.49364 \text{ eVÅ}$) und zwischen InP/ $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}$ mit InAs-Bindungen in der Interface-Ebene ($t_{\text{X-Y}} = 2.58$, $F_{\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}} = 24.72 \text{ eVÅ}$). Angegeben sind die Ergebnisse für verschiedene Quantentröge mit Breite L und Tiefe (bzw. Leitungsband-Offset) V_0 . Die Ableitung der Wellenfunktion am Interface wurde aus der Lösung für den Grundzustand im endlich tiefen Rechtecktrogl (Nolting¹³¹) zu

$$\partial_z |\xi_\nu(z)|^2|_{z=-L/2} = \frac{8\sqrt{R^2 - \lambda^2}}{\left[L^2 \frac{R^2}{\lambda^2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{R^2 - \lambda^2}} \right) \right]}$$

berechnet. Die dabei benötigten Lösungen λ der transzendenten Gleichung $\sqrt{R^2 - \lambda^2} = \lambda \tan \lambda$ mit $R^2 = V_0 m^* L^2 / (2\hbar^2)$ wurden numerisch mit MAPLE¹²² berechnet. (nach: Rössler & Kainz¹⁴⁷).

Somit ist ein erheblicher Einfluß der IIA auf die Spinaufspaltung möglich.

Der große Unterschied zwischen beiden Materialsystemen ist hauptsächlich durch die beim $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}$ im Vergleich zum GaAs viel kleinere Energielücke E_0 bedingt, wodurch der Gewichtungsfaktor F aus Gl. (3.6) erheblich größer wird. Für andere III-V-Halbleiter mit kleiner Bandlücke ist (vergleichbare Werte von $t_{\text{X-Y}}$ vorausgesetzt) ein ähnliches Verhalten zu erwarten.

In einer Einfachheterostruktur weicht der Potentialverlauf deutlich von dem eines Rechteckquantentrog ab (vgl. Abb. 2 und 3). In solchen Strukturen ist L nicht wohldefiniert und die hier gemachten Überlegungen erlauben nur eine grobe Abschätzung der Größenordnung des IIA-Beitrags.

Für ein Trogsystem mit zwei gleichen Interfaces erscheint das Modell eines Recht-

ecktrogas deutlich besser geeignet. Allerdings sind die in Tabelle 3.1 angegebenen Werte für η zu verdoppeln, da sich für beide Interfaces gleich große Beiträge addieren (vgl. Gl. (3.6)). Diese haben das gleiche Vorzeichen, da sowohl die Orientierung der Bindungen (Vorzeichen \mp) als auch das Vorzeichen der Ableitung bei beiden Interfaces verschieden ist.

Um über diese Abschätzung hinaus den Einfluß des IIA-Terms quantitativ zu berechnen, wird im nächsten Abschnitt eine genauere Behandlung im Rahmen der selbstkonsistenten EFA durchgeführt.

3.3 Ergebnisse der Mehrbandrechnung

Um über die Näherung von Gl. (3.6) hinausgehend die Bedeutung der IIA und deren Zusammenspiel mit BIA und SIA zu untersuchen, wurde dem 8×8 - (bzw. 14×14 -) Hamiltonian des (erweiterten) Kane-Modells der IIA-Term von Gl. (3.4) hinzugefügt. Damit wird eine gleichzeitige Berücksichtigung von BIA, SIA und IIA in allen Ordnungen in k durch die selbstkonsistente EFA¹⁸⁵ möglich.

In der numerischen Implementierung¹⁸¹ wird dabei die δ -Distribution in Gl. (3.4) auf dem Stützstellengitter durch eine Kosinus-Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad z \mapsto \begin{cases} N \cos\left(\frac{\pi}{2d}(z_0 - z)\right) & \text{für } z_0 - d \leq z \leq z_0 + d \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

der Breite d dargestellt. Die Normierung N wird so gewählt, daß das Integral dieser Funktion über deren Definitionsbereich den Wert eins ergibt. Sowohl bei Verwendung anderer funktioneller Darstellungen (Dreiecks- oder Rechtecksfunktion) als auch bei Variation der Breite dieser Funktionen ergeben sich bei kleinen d keine Änderungen der Ergebnisse mehr. Wir wählen für die folgenden Berechnungen $d = 10 \text{ \AA}$ für Tröge mit $L = 50 \text{ \AA}$ und in den anderen Fällen $d = 20 \text{ \AA}$.

Aus der numerisch berechneten Subband-Dispersion erhält man die Spinaufspaltung als Summe der Beiträge von SIA, BIA und IIA. Durch Vergleich der Ergebnisse dieser Rechnung mit denen einer ebenfalls durchgeführten Rechnung ohne IIA-Term läßt sich dessen Bedeutung quantitativ erfassen. Im folgenden wird der IIA-Parameter η aus den Resultaten der beiden numerischen Rechnungen extrahiert.

3.3.1 Spinaufspaltung

Gl. (3.6) gibt die Struktur des IIA-Beitrags zur Spinaufspaltung im Leitungsband in niedrigster Ordnung an. Dies entspricht einem Beitrag zum effektiven Feld von

$$\Omega_{\text{IIA}}(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{\eta}{\hbar} \begin{pmatrix} -k_x \\ k_y \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Da dieser die gleiche Struktur wie der \mathbf{k}_{\parallel} -lineare Anteil des BIA-Beitrags (2.4) hat, können die Gleichungen für die Spinaufspaltung und SRs-Raten aus Abschnitt 2.2.4 formal durch die Ersetzung

$$\langle k_z^2 \rangle \longrightarrow \langle k_z^2 \rangle + \frac{\eta}{\gamma} \quad (3.8)$$

so erweitert werden, daß sie den Einfluß der IIA berücksichtigen. Damit ergibt sich als Verallgemeinerung von Gl. (2.6) (Spinaufspaltung ohne Interfaceterm ΔE_s^0):

$$\Delta E_s^{\text{IIA}} = 2 \left\{ \left(\frac{\Delta E_s^0}{2} \right)^2 + \eta k_F^2 (2\gamma \langle k_z^2 \rangle + \eta - 4\alpha \sin \varphi \cos \varphi - 4\gamma k_F^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi) \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (3.9)$$

Wegen der Kleinheit des IIA-Beitrags zur Spinaufspaltung ist eine direkte Bestimmung von η aus Gl. (3.9) über einen gleichzeitigen Fit von α , γ und η nicht möglich. Deshalb wurde wie folgt vorgegangen: In zwei EFA-Rechnungen werden für identische Systeme jeweils die Spinaufspaltungen mit dem IIA-Beitrag (ΔE_s^{IIA}) und ohne diesen (ΔE_s^0) berechnet. Danach werden zuerst wie in Abschnitt 2.2.2 unter Benutzung des numerisch berechneten ΔE_s^0 die Parameter α , γ und $\langle k_z^2 \rangle$ bestimmt. Anschließend wird die ebenfalls numerisch ermittelte Differenz

$$\Delta^{\text{IIA}} = \Delta E_s^{\text{IIA}} - \Delta E_s^0 \quad (3.10)$$

durch den mit Hilfe von Gl. (3.9) berechneten Ausdruck für Δ^{IIA} gefittet. Dabei werden für α , γ und $\langle k_z^2 \rangle$ die im vorherigen Schritt ermittelten Werte vorgegeben, so daß nur η als Fitparameter zur Verfügung steht.

Selbst diese verbesserte Prozedur ist in einigen Punkten problematisch. Da der IIA-Anteil meist nur in einem sehr geringen Ausmaß zur Spinaufspaltung beiträgt, ist auch das numerisch berechnete Δ^{IIA} so klein, daß sonst vernachlässigbare numerische Ungenauigkeiten der EFA-Implementierung bzw. der nachfolgenden Auswerteschritte (z. B. die Interpolation der Spinaufspaltungsenergien an der Fermikante) zu Artefakten in den Ergebnissen führen können. Damit in Zusammenhang steht eine weitere Schwierigkeit, die aber physikalischen Ursprungs ist und besonders bei höheren Dichten auftritt. Wegen der erwähnten Kleinheit des durch den Fit zu reproduzierenden Δ^{IIA} gewinnen die in Gl. (3.9) vernachlässigten Beiträge höherer Ordnung zur Spinaufspaltung schon bei verhältnismäßig geringen Dichten an Bedeutung.

Für symmetrisch n -dotierte Tröge mit $L = 50 \text{ \AA}$ bzw. 100 \AA und Einfachheterostrukturen aus den Materialien (001)-AlAs/GaAs und (001)-InP/Ga_{0.47}In_{0.53}As wurde die numerische Berechnung der Spinaufspaltung sowohl im 14×14 - als auch im 8×8 -Modell jeweils mit und ohne den IIA-Term durchgeführt. Die Strukturparameter der untersuchten Systeme sind in Anhang C angegeben. Wie schon in Abschnitt 2.2.2 festgestellt, wird der Einfluß der BIA im 8×8 -Modell etwas überschätzt.

Es zeigt sich jedoch, daß sich der Wert des extrahierten IIA-Beitrags beim Übergang zum erweiterten Kane-Modell nur wenig ändert. Aus diesem Grund werden anschließend nur die auf der Basis des 14×14 - $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Hamiltonian erzielten Ergebnisse dargestellt.

Heterostrukturen

In den Abb. 3.2 bzw. 3.3 zeigen wir die extrahierten Spinaufspaltungsparameter γ (BIA), $\langle k_z^2 \rangle$, α (SIA) und η (IIA) für Heterostrukturen aus AlAs/GaAs bzw. $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$. Die relative Abweichung des damit erzielten Fits von dem mit der EFA berechneten Wert von Δ^{IIA} ist für das GaAs System typischerweise 10 % und für das GaInAs-System kleiner als 4 %. Die Übereinstimmung des Fits mit

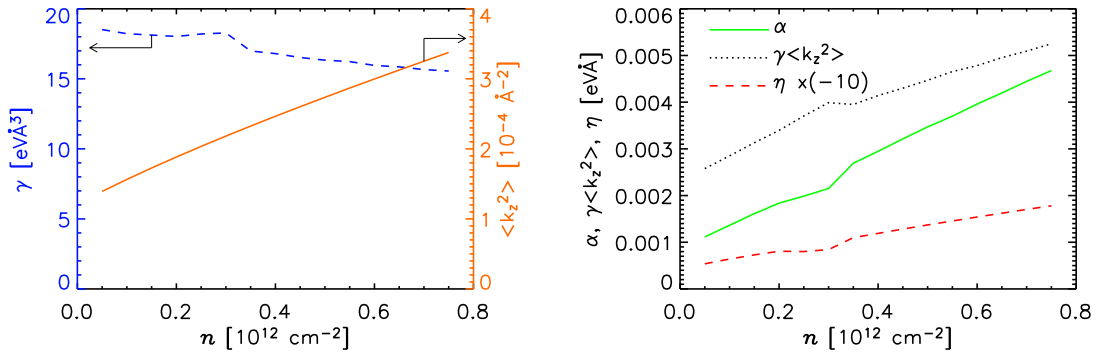


ABBILDUNG 3.2: Unter Berücksichtigung des Interfaceterms für eine GaAs/AlAs-Heterostruktur in Abhängigkeit von der Dichte n berechnete Spinaufspaltungs-Parameter γ (BIA), $\langle k_z^2 \rangle$ (links) sowie α (SIA), η (IIA) und $\gamma \langle k_z^2 \rangle$ (k -linear BIA) (rechts). Der Wert von η wurde mit dem Faktor -10 skaliert.

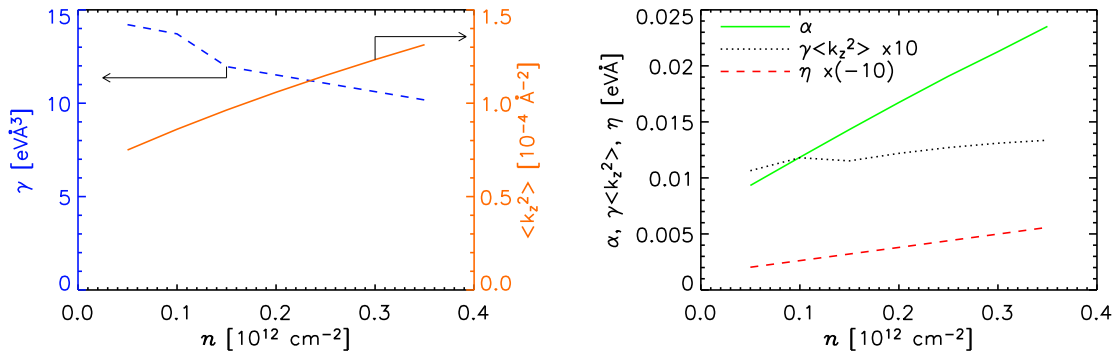


ABBILDUNG 3.3: Unter Berücksichtigung des Interfaceterms für eine $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$ -Heterostruktur in Abhängigkeit von der Dichte n berechnete Spinaufspaltungs-Parameter γ (BIA), $\langle k_z^2 \rangle$ (links) sowie α (SIA), η (IIA) und $\gamma \langle k_z^2 \rangle$ (k -linear BIA) (rechts). Der Wert von η wurde mit dem Faktor -10 skaliert.

der berechneten gesamten Spinaufspaltung ΔE_s^{IIA} ist in beiden Systemen kleiner als 5 %. Die absolute Größe des IIA-Parameters η ist jeweils um mindestens eine Größenordnung kleiner als die k -linearen SIA- bzw. BIA-Beiträge (α bzw. $\gamma\langle k_z^2 \rangle$). Der Dichtebereich für die Auswertung wurde so gewählt, daß das zweite Subband noch nicht besetzt ist.

Symmetrische Tröge

Die Abb. 3.4 und 3.5 zeigen die entsprechende Auswertung für symmetrisch dotierte Quantentröge aus den eben schon betrachteten Materialkombinationen für zwei Trogbreiten $L = 50 \text{ \AA}$ und 100 \AA . Die relative Abweichung der Fits beträgt bei den GaAs/AlAs-Systemen sowohl bezüglich Δ^{IIA} als auch im Hinblick auf ΔE_s^{IIA} jeweils deutlich weniger als 10 %.

Bei den $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As-InP}$ -Trögen ist der IIA-Beitrag so groß, daß der Fit von Δ^{IIA} kaum noch kontrollierbar ist. Die Ursache dafür ist, daß das dem Fit zugrundeliegende Konzept von einem im Vergleich zur gesamten Spinaufspaltung kleinen

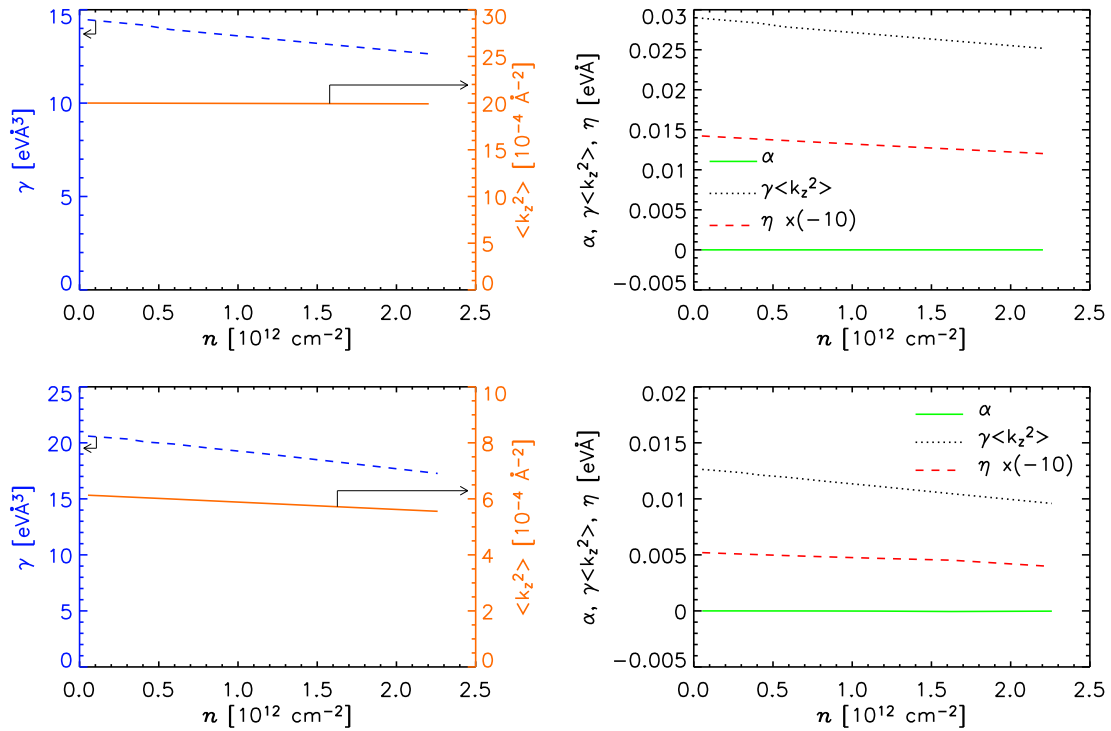


ABBILDUNG 3.4: Unter Berücksichtigung des Interfaceterms für symmetrisch dotierte GaAs/AlAs-Quantentröge mit $L = 50 \text{ \AA}$ (obere Reihe) bzw. 100 \AA (untere Reihe) in Abhängigkeit von der Dichte n berechnete Spinaufspaltungs-Parameter γ (BIA), $\langle k_z^2 \rangle$ (links) sowie α (SIA), η (IIA) und $\gamma\langle k_z^2 \rangle$ (k -linear BIA) (rechts). η und $\gamma\langle k_z^2 \rangle$ wurden mit den Faktoren -10 bzw. 10 skaliert. Der Wert von η wurde mit dem Faktor -10 skaliert.

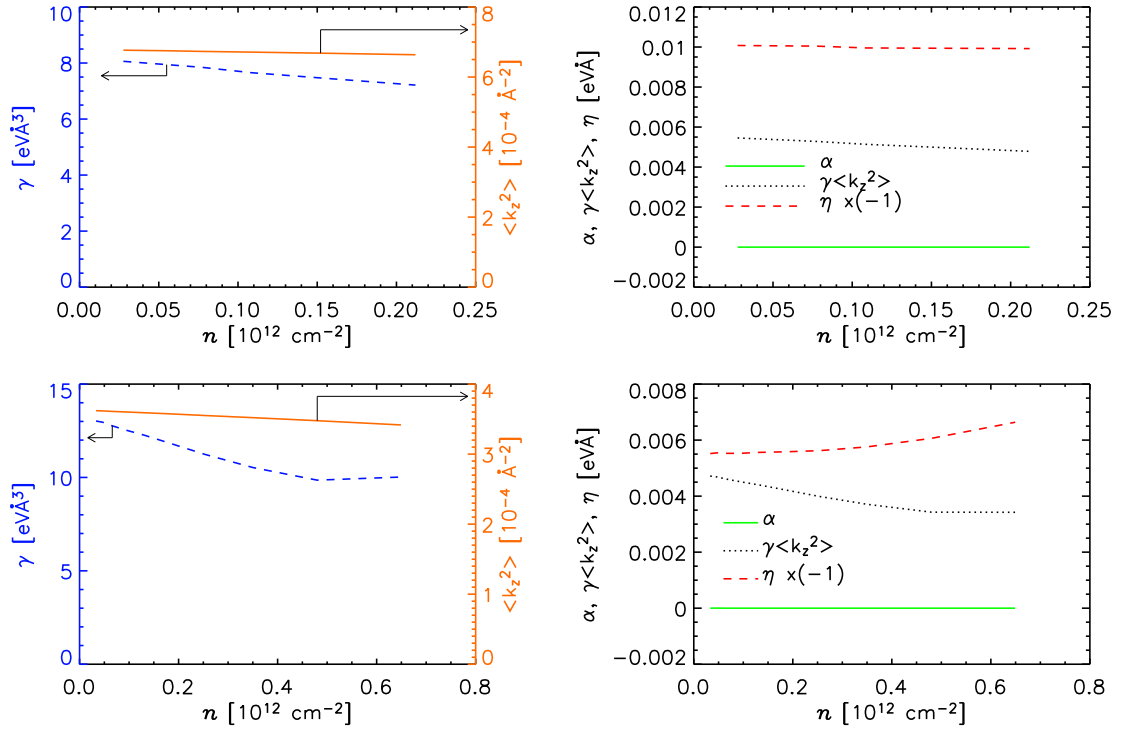


ABBILDUNG 3.5: Unter Berücksichtigung des Interfaceterms für symmetrisch dotierte $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$ -Quantentröge mit $L = 50 \text{ \AA}$ bzw. 100 \AA in Abhängigkeit von der Dichte n berechnete Spinaufspaltungs-Parameter γ (BIA), $\langle k_z^2 \rangle$ (links) sowie α (SIA), $-\eta$ (IIA) und $\gamma\langle k_z^2 \rangle$ (k -linear BIA) (rechts).

IIA-Beitrag ausgeht. Die Spinaufspaltung der hier diskutierten Systeme wird jedoch durch die IIA dominiert. Da diese nur in niedrigster Ordnung im Fit berücksichtigt ist, treten die sonst vernachlässigbaren Korrekturen zur Spinaufspaltung von höherer Ordnung in k schon bei relativ geringen Dichten $n \sim 0.1 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ deutlich hervor und lassen nur noch eingeschränkt eine Abbildung der EFA-Ergebnisse auf die beim Fit berücksichtigten Beiträge niedrigster Ordnung zu. Trotz der erwähnten Probleme wird die Spinaufspaltung ΔE_s^{IIA} im Dichtebereich von Abb. 3.5 im Fall $L = 50 \text{ \AA}$ mit einer relativen Abweichung von unter 9 % und im Fall $L = 100 \text{ \AA}$ mit einer Abweichung von bis zu 25 % durch den Fit reproduziert. Dieser schon bedenklich große Wert wird dadurch relativiert, daß die Ergebnisse einer EFA-Rechnung auf Basis des 8×8 -Modells mit einer relativen Abweichung von unter 12 % gefittet werden können und sich dabei ein nur wenig (ca. 10 %) größerer Wert für η ergibt. Es erscheint daher gerechtfertigt, diese Ergebnisse zu verwenden.

Da in symmetrisch dotierten Trögen keine SIA existiert, sind nur noch BIA und IIA zu betrachten. Während bei den GaAs/AlAs-Trögen von Abb. 3.4 der k -lineare BIA-Beitrag den des IIA-Terms um mehr als eine Größenordnung übersteigt, ist bei den $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$ -Trögen (Abb. 3.5) der IIA-Beitrag sogar der dominierende.

Vergleich mit Abschätzung im vereinfachten Modell

Vergleicht man die so aus der EFA-Rechnung für die verschiedenen Quantentröge bestimmten Werte des IIA-Parameters η mit denen aus der Abschätzung für einen Rechtecktrogl (Tab. 3.1), so erhält man die in Tab. 3.2 dargestellten Ergebnisse. Je

Trog-/Barrieren-Material	L [Å]	V_0 [eV]	$2 \eta_{\text{Absch}} $ [eVÅ]	$ \eta_{\text{EFA}} $ [eVÅ]
GaAs/AlAs	50	1.0	$3.0 \cdot 10^{-3}$	$\sim 1.4 \cdot 10^{-3}$
	100	1.0	$5.6 \cdot 10^{-4}$	$\sim 5.0 \cdot 10^{-4}$
$\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$	50	0.2	$2.8 \cdot 10^{-2}$	$\sim 1.0 \cdot 10^{-2}$
	100	0.2	$1.2 \cdot 10^{-2}$	$\sim 5.5 \cdot 10^{-3}$

TABELLE 3.2: Vergleich der Abschätzung η_{Absch} für den Interface-Term mit den numerischen Ergebnissen η_{EFA} für die Quantentröge aus den Abb. 3.4 und 3.5. Der Wert η_{Absch} aus Tab. 3.1 bezieht sich auf ein einzelnes Interface. Daher wurde er für den Vergleich mit den Trogsystemen mit einem Faktor zwei multipliziert. Die angegebenen Werte für V_0 entsprechen ungefähr den tatsächlichen Leitungsband-Offsets.

nach System überschätzt das einfache Modell (vgl. Abschnitt 3.2.3) die Ergebnisse der numerischen Rechnung um einen Faktor zwischen 1.1 und 2.8. Dies zeigt einerseits, daß die der Abschätzung zugrundeliegenden Vereinfachungen zwar keine quantitativ genauen Ergebnisse mehr ermöglichen, andererseits aber eine gut zu handhabende Möglichkeit bilden, den ungefähren Wert des IIA-Beitrags zu ermitteln. Die Ursache für die Unterschiede ist durch die Vernachlässigung der vom Trogmateriale abweichenden Eigenschaften der Barriere bedingt. Diese ist durch eine andere effektive Masse zu beschreiben, die in den von uns betrachteten Fällen um etwas mehr als einen Faktor zwei größer ist als im Trog. Gemäß der Anschlußbedingung (1.17) ändert sich damit am Interface die Ableitung der Enveloppenfunktion unstetig um den gleichen Faktor, so daß die in der Abschätzung (3.6) benutzte Ableitung nicht mehr wohldefiniert ist. Außerdem wird vernachlässigt, daß der Vorfaktor F in Gl. (3.6) in der Barriere wegen der dort viel größeren Energielücke E_0 um typischerweise mehr als eine Größenordnung kleiner ist.

Ähnlich dem Vorgehen in Kapitel 2 werden die Spinaufspaltungsparameter nun verwendet, um SRS-Zeiten zu berechnen. Besonderes Augenmerk wird dabei auf den Einfluß der IIA gelegt.

3.3.2 Auswirkungen auf die Spinrelaxation

Wie bei der Berücksichtigung des IIA-Beitrags in Gl. (3.9) für die Spinaufspaltung kann man mit Hilfe der Ersetzung (3.8) den Ausdruck für die SRS-Raten eines ent-

arteten Elektronensystems von Gl. (2.14) um den IIA-Beitrag erweitern:

$$\tau_z^{-1} = \frac{4}{\hbar^2} \tau_1 \left[k_F^2 (\alpha^2 + \kappa^2) - k_F^4 \frac{\gamma \kappa}{2} + k_F^6 \gamma^2 \frac{1 + \tau_3/\tau_1}{16} \right], \quad (3.11a)$$

$$\tau_{\pm}^{-1} = \frac{2}{\hbar^2} \tau_1 \left[k_F^2 (\pm\alpha - \kappa)^2 + k_F^4 \frac{\gamma}{2} (\pm\alpha - \kappa) + k_F^6 \gamma^2 \frac{1 + \tau_3/\tau_1}{16} \right], \quad (3.11b)$$

mit

$$\kappa = \gamma \langle k_z^2 \rangle + \eta. \quad (3.12)$$

Die Herleitung der entsprechenden Raten für den nichtentarteten Grenzfall aus Gl. (2.17) ist völlig analog dazu. Ebenso wird das für beliebige Temperaturen verallgemeinerte Ergebnis von Gl. (2.27) zu

$$\tau_z^{-1} = \frac{4}{\hbar^2} \frac{\beta E_F}{1 - e^{-E_F \beta}} \tau_{\text{tr}} \left[(\alpha^2 + \kappa^2) \frac{\zeta}{\beta} - \frac{\gamma \kappa}{2} \left(\frac{\zeta}{\beta} \right)^2 \frac{J^{\nu+2}(\beta \mu_0)}{J^{\nu+1}(\beta \mu_0)} + \gamma^2 \frac{1 + \tau_3/\tau_1}{16} \left(\frac{\zeta}{\beta} \right)^3 \frac{J^{\nu+3}(\beta \mu_0)}{J^{\nu+1}(\beta \mu_0)} \right], \quad (3.13a)$$

$$\tau_{\pm}^{-1} = \frac{2}{\hbar^2} \frac{\beta E_F}{1 - e^{-E_F \beta}} \tau_{\text{tr}} \left[(\pm\alpha - \kappa)^2 \frac{\zeta}{\beta} + \frac{\gamma}{2} (\pm\alpha - \kappa) \left(\frac{\zeta}{\beta} \right)^2 \frac{J^{\nu+2}(\beta \mu_0)}{J^{\nu+1}(\beta \mu_0)} + \gamma^2 \frac{1 + \tau_3/\tau_1}{16} \left(\frac{\zeta}{\beta} \right)^3 \frac{J^{\nu+3}(\beta \mu_0)}{J^{\nu+1}(\beta \mu_0)} \right]. \quad (3.13b)$$

Mit Hilfe der in Abschnitt 3.3.1 extrahierten Parameter berechnen wir nun für den Fall eines entarteten Fermisystems die SRs-Raten τ_z^{-1} , τ_+^{-1} und τ_-^{-1} als Funktion der Dichte n unter Verwendung von Gleichung (3.11). Zum Vergleich wird jeweils auch das Ergebnis ohne IIA-Beitrag ($\eta = 0$) ermittelt. Wie in Kap. 2 setzen wir $\tau_1 = 0.1$ ps.

Heterostrukturen

Die Ergebnisse für (001)-gewachsene GaAs/AlAs- und Ga_{0.47}In_{0.53}As/InP-Heterostrukturen als Funktion der Elektronendichte n zeigen die Abb. 3.6 und 3.7. Wegen der Kleinheit des IIA- im Vergleich zum Rashba-Beitrag (SIA) ergibt sich kaum ein Unterschied zwischen den SRs-Raten, die mit bzw. ohne IIA-Term berechnet wurden. Durch die Berücksichtigung von IIA treten für GaAs/AlAs Modifikationen der SRs-Raten von in der Regel nur wenigen Prozent auf. Obwohl für das Ga_{0.47}In_{0.53}As/InP-Interface der IIA-Beitrag um ein mehrfaches größer als beim GaAs/AlAs ist, wird wegen des ebenfalls erheblich größeren SIA-Beitrags (vgl. Abb. 3.2, 3.3) die SR durch diesen dominiert. Deshalb bewirkt auch im System von Abb. 3.7 die IIA nur eine Änderung der SRs-Raten um wenige Prozent, in bezug auf τ_z^{-1} sogar nur um wenige Promille.

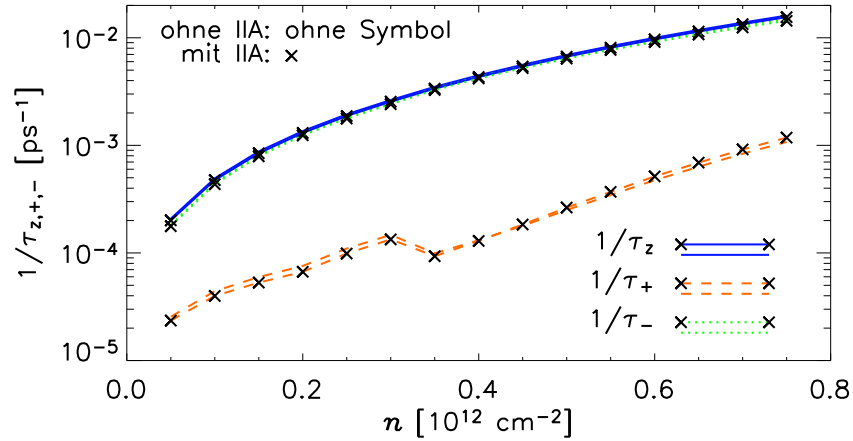


ABBILDUNG 3.6: Vergleich der Spinrelaxationsraten τ_z^{-1} , τ_+^{-1} , τ_-^{-1} mit und ohne Interfaceterm als Funktion der Dichte n für eine GaAs/AlAs-Heterostruktur.

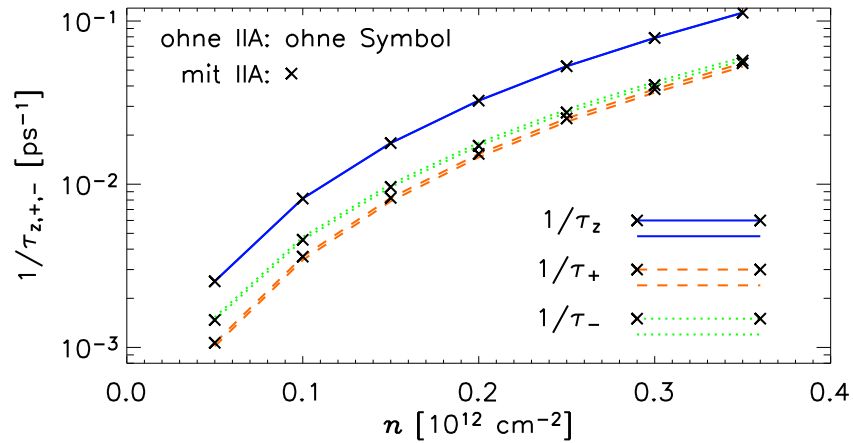


ABBILDUNG 3.7: Vergleich der Spinrelaxationsraten τ_z^{-1} , τ_+^{-1} , τ_-^{-1} mit und ohne Interfaceterm als Funktion der Dichte n für eine $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$ -Heterostruktur.

Die Anisotropie der verschiedenen SRs-Raten wurde für die Einfachheterostruktur aus GaAs/AlAs bereits in Abschnitt 2.3 diskutiert. Verglichen damit erfolgt die SR in $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$ um etwa zwei Größenordnungen schneller. Dies läßt sich dahingehend verallgemeinern, daß für Materialien mit kleiner Energielücke (*small-gap*) wie $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}$ die Spinaufspaltung typischerweise viel größer ist als in Halbleitern mit großer Bandlücke (wie GaAs) und daher die SR in *small-gap*-Systemen deutlich schneller erfolgt.

Die in Kap. 2 beschriebene starke Anisotropie der SRs-Zeiten τ_+ und τ_- tritt in $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$ nur sehr schwach auf, da der Einfluß der SIA den der BIA um eine Größenordnung übersteigt. Damit kompensieren sich die SIA- und BIA-Beiträge kaum.

Symmetrische Tröge

Für die symmetrisch dotierten Quantentröge ist durch die Eliminierung des SIA-Beitrags ein größerer Einfluß der IIA zu erwarten. Außerdem sind wegen $\alpha = 0$ die SRS-Raten in der Trogebene isotrop, also $\tau_+^{-1} = \tau_-^{-1} = \tau_z^{-1}/2$ (vgl. Gl. (3.11)).

In Übereinstimmung damit zeigen die Ergebnisse für die GaAs/AlAs-Quantentröge (Abb. 3.8) eine kaum von n und L abhängige Reduktion der SRS-Raten τ_z^{-1} und τ_{\pm}^{-1} durch die IIA um etwa 10%. Da in diesen Systemen der BIA-Beitrag den IIA-Beitrag um mehr als eine Größenordnung übersteigt (vgl. Abb. 3.4), ist ein größerer Unterschied nicht zu erwarten.

Im Gegensatz hierzu ist bei den $\text{Ga}_{0,47}\text{In}_{0,53}\text{As}/\text{InP}$ -Trögen der Beitrag der IIA etwas größer als der aufgrund der BIA (vgl. Abb. 3.5), so daß sich für die in Abb. 3.9 dargestellten SRS-Raten erhebliche Unterschiede ergeben. Bei beiden untersuchten Trogbreiten wird bei kleinen Dichten durch die IIA die Spinrelaxation deutlich ver-

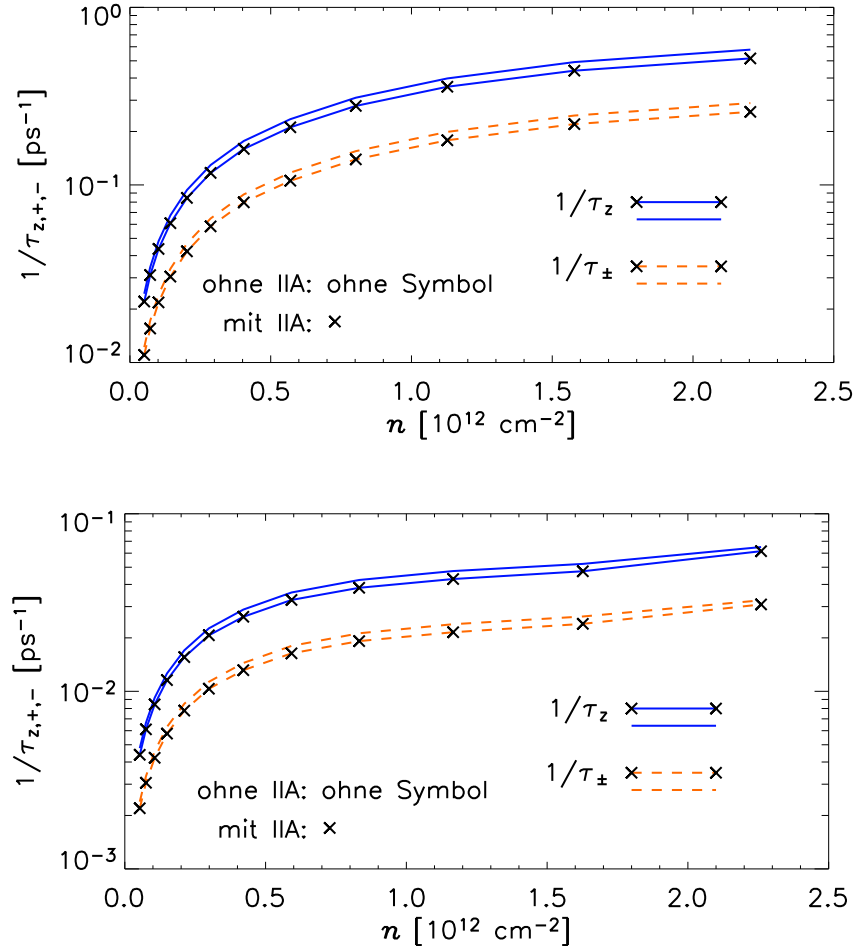


ABBILDUNG 3.8: Vergleich der Spinrelaxationsraten τ_z^{-1} , τ_+^{-1} , τ_-^{-1} mit und ohne Interfaceterm als Funktion der Dichte n für symmetrisch dotierte GaAs/AlAs-Quantentröge mit $L = 50 \text{ \AA}$ (oben) bzw. 100 \AA (unten)

langsam. Beim System mit $L = 100 \text{ \AA}$ beträgt dieser Effekt mehr als eine Größenordnung. Mit wachsendem n vermindert sich der Unterschied, bis schließlich eine Vergrößerung der SRS-Raten durch die IIA bei größeren n eintritt. Dieses Verhalten kann gut anhand von Gl. (3.11) erklärt werden. Bei kleinen n werden die SRS-Raten durch den Term quadratisch in k_F bestimmt, dessen Vorfaktor κ^2 durch die IIA deutlich reduziert wird. Bei höheren Dichten gewinnt der Term proportional zu k_F^4 an Gewicht, dessen Vorzeichen im Fall $\eta = 0$ negativ ist, während sich bei Berücksichtigung der IIA für die hier untersuchten Systeme das Vorzeichen umkehrt. So wird einerseits im ersten Fall der Anstieg der SRS-Raten verlangsamt, und andererseits erfolgt bei Berücksichtigung des IIA-Terms ein beschleunigtes Anwachsen mit zunehmender Dichte n . Dies führt schließlich zu dem beschriebenen Überkreuzen der mit bzw. ohne Berücksichtigung der IIA berechneten Kurven.

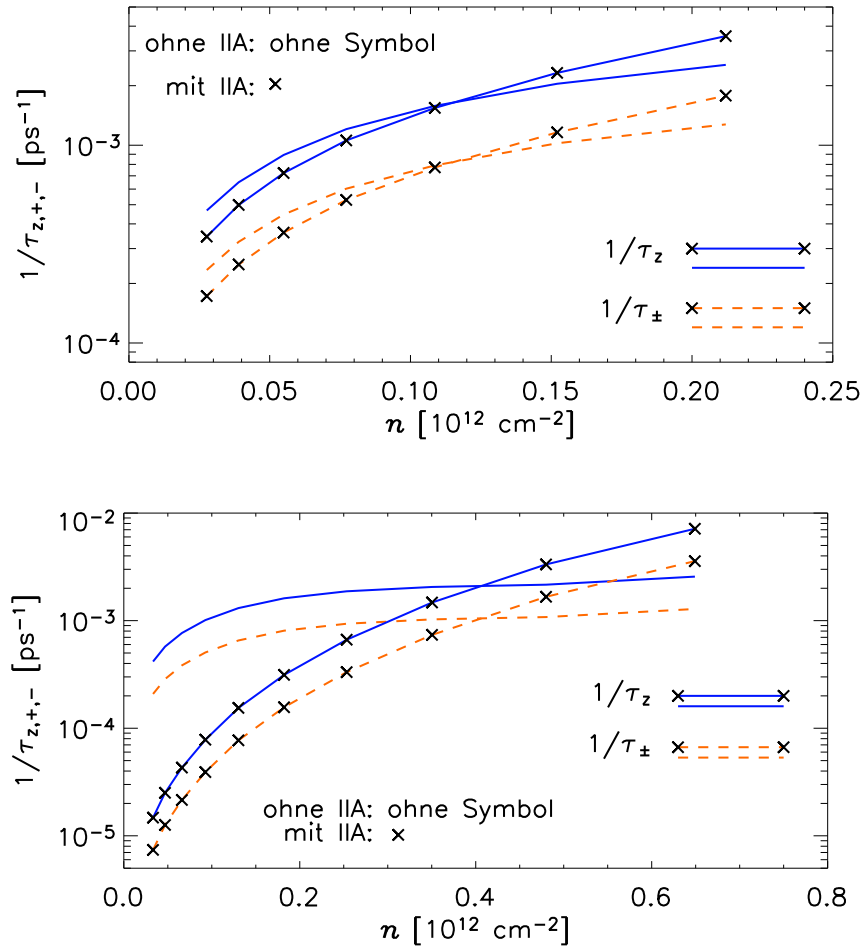


ABBILDUNG 3.9: Vergleich der Spinrelaxationsraten τ_z^{-1} , τ_+^{-1} , τ_-^{-1} mit und ohne Interfaceterm als Funktion der Dichte n für symmetrisch dotierte $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$ -Quantentröge mit $L = 50 \text{ \AA}$ (oben) bzw. 100 \AA (unten)

3.4 Diskussion

In diesem Kapitel wurde die Erweiterung des $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Formalismus zur Berücksichtigung der mikroskopischen Asymmetrie des Interface (IIA) in Quantenstrukturen dargestellt. Mit einem störungstheoretischen Verfahren haben wir den Einfluß dieser Erweiterung auf die Spinaufspaltung im Leitungsband untersucht und anhand eines vereinfachten Modells (Rechtecktrogl, Vernachlässigung der Unterschiede zwischen Barrieren- und Trogmateriale) die Größe des IIA-Beitrags abgeschätzt. Anschließend wurde durch die numerische Implementierung des IIA-Terms im Rahmen der selbstkonsistenten EFA eine quantitative Berechnung der durch das Zusammenspiel der BIA-, SIA- und IIA-Beiträge entstehenden Spinaufspaltung durchgeführt. Durch eine Erweiterung der in Kap. 2 entwickelten Fitprozedur konnten die einzelnen Beiträge extrahiert werden. Im Vergleich mit diesen Ergebnissen erweist sich die einfache Abschätzung des IIA-Beitrags als leicht anwendbar und qualitativ richtig.

Allerdings stößt bei höheren Dichten der hier beschriebene Zugang der Extraktion der Beiträge niedrigster Ordnung für die einzelnen Spinaufspaltungsmechanismen bei den symmetrisch dotierten $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$ Quantentrögen an seine Grenzen.

Die Verallgemeinerung der Ausdrücke für die SRs-Raten um den IIA-Beitrag ermöglicht die Berechnung von SRs-Zeiten für Elektronen in symmetrisch und asymmetrisch dotierten Systemen aus verschiedenen Materialien. Für das untersuchte System mit großer Bandlücke (GaAs/AlAs) ergibt sich weder bei der Heterostruktur noch bei den Quantentrögen ein signifikanter Einfluß auf die SRs-Raten durch die IIA. Ein differenzierteres Bild erhält man bei dem betrachteten *small-gap*-System $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}/\text{InP}$. Während im asymmetrischen System (Einfachheterostruktur) die SR von der SIA dominiert wird, ergibt sich in den symmetrisch dotierten Quantentrögen aufgrund der fehlenden SIA ein erheblicher Einfluß der IIA auf die SRs-Raten, der mehr als eine Größenordnung betragen kann.

KAPITEL 4

Spin-Effekte bei der Absorption von Licht

In diesem Kapitel wird zu Anfang eine kurze Einführung in die Phänomenologie der photogalvanischen Effekte gegeben (Abschnitt 4.1). Dabei werden wir uns auf den zirkular photogalvanischen Effekt in p -dotierten Quantentrögen konzentrieren und anhand eines mikroskopischen Modells erläutern, wie er im Experiment zur Bestimmung der Sättigung von Intersubbandübergängen verwendet wird. Aus den in solchen Messungen gewonnenen Daten läßt sich bei Kenntnis des Absorptionskoeffizienten die SRS-Zeit von Löchern bestimmen. Abschnitt 4.2 widmet sich der Ermittlung von Absorptionskoeffizienten mit Hilfe von EFA-Rechnungen. Durch die Zusammenführung von experimentellen und theoretischen Ergebnissen gewinnt man Zugang zu Spinrelaxationszeiten von Löchern in (113)-orientierten Quantentrögen (Abschnitt 4.3). Schließlich wird in Abschnitt 4.4 auf die für die vorangegangenen Betrachtungen notwendigen optischen Auswahlregeln eingegangen und überprüft, inwieweit die Annahme vollständiger Spinorientierung gerechtfertigt ist.

4.1 Photogalvanische Effekte

Unter photogalvanischem Effekt versteht man, daß durch Bestrahlung eines Materials mit hochfrequenten elektromagnetischen Feldern in diesem ein Gleichstrom hervorgerufen wird. In Volumenkristallen ist dieses Phänomen seit langem bekannt (Ivchenko & Pikus⁸⁷). Es wurde aber erst vor kurzem an zweidimensionalen Systemen untersucht (Ganichev *et al.*,^{62,64} Schneider¹⁵²).

Das elektromagnetische Feld des eingestrahnten Lichts wird durch

$$\mathbf{E}(t) = \tilde{\mathbf{E}}e^{i\omega t} + \tilde{\mathbf{E}}^*e^{-i\omega t} \quad (4.1)$$

mit

$$\tilde{\mathbf{E}} = \frac{E_0}{2} (\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{x}} + \hat{\mathbf{e}}_{\tilde{y}}e^{i\varphi}) \quad (4.2)$$

beschrieben, wobei $\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{x}}$, $\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{y}}$, $\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{z}}$ Einheitsvektoren eines Rechtssystems sind, so daß $\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{z}}$ in Ausbreitungsrichtung des Lichts zeigt und für $\varphi = 0$ die Polarisationsrichtung des Feldes durch $\hat{\mathbf{e}}_{\text{pol}} = (\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{x}} + \hat{\mathbf{e}}_{\tilde{y}})/\sqrt{2}$ gegeben ist. Für $\varphi = \pm\pi/2$ beschreibt man so links- (+) bzw. rechtszirkular polarisiertes[†] (-) Licht.

In einem phänomenologischen Zugang kann der photogalvanische Effekt durch Entwicklung des (Gleich-)Stroms $\mathbf{j} = \sum_{\lambda} j_{\lambda} \hat{\mathbf{e}}_{\lambda}$ nach Potenzen des elektrischen Feldes $\tilde{\mathbf{E}}$ beschrieben werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist nur der Term quadratisch in $\tilde{\mathbf{E}}$ relevant, der in niedrigster Ordnung[‡] einen Beitrag zum Gleichstrom liefert (Belinicher & Sturman¹⁵):

$$j_{\lambda} = \sum_{\mu,\nu} \chi_{\lambda\mu\nu} \tilde{E}_{\mu} \tilde{E}_{\nu}^* = \underbrace{\sum_{\mu,\nu} \chi_{\lambda\mu\nu}^S \text{Re}(\tilde{E}_{\mu} \tilde{E}_{\nu}^*)}_{j_{\lambda}^{\text{LPGE}}} + \underbrace{\sum_{\varrho} i\gamma_{\lambda\varrho} [\tilde{\mathbf{E}} \times \tilde{\mathbf{E}}^*]_{\varrho}}_{j_{\lambda}^{\text{CPGE}}} \quad (4.3)$$

mit

$$\begin{aligned} \chi_{\lambda\mu\nu}^{S(A)} &= \frac{1}{2} \left(\chi_{\lambda\mu\nu} + \chi_{\lambda\nu\mu} \right) \\ \sum_{\varrho} i\gamma_{\lambda\varrho} [\tilde{\mathbf{E}} \times \tilde{\mathbf{E}}^*]_{\varrho} &= \sum_{\mu,\nu} \chi_{\lambda\mu\nu}^A \tilde{E}_{\mu} \tilde{E}_{\nu}^* . \end{aligned}$$

Die Summation erfolgt dabei über die Raumrichtungen und $\chi_{\lambda\mu\nu}$ ist ein Tensor dritter Stufe, der nur in piezoelektrischen Medien von Null verschiedene Komponenten besitzt.⁸⁷ In Quantenstrukturen verschwindet wegen des Einschlußpotentials die Stromkomponente in Wachstumsrichtung.⁶⁴

Der Strom in Gl. (4.3) setzt sich aus den zwei Beiträgen \mathbf{j}^{LPGE} und \mathbf{j}^{CPGE} zusammen, von denen der erste als *linear photogalvanischer Effekt* (LPGE) und der zweite als *zirkular photogalvanischer Effekt* (CPGE) bezeichnet wird. Der Grund für die Bezeichnungsweise wird ersichtlich, wenn man den CPGE-Beitrag so umformt, daß die Abhängigkeit vom Polarisationsgrad

$$P_{\text{circ}} = \sin \varphi \quad (4.4)$$

[†]Für die Definition der Polarisationsrichtung folgen wir hier Nolting.¹³⁰ Rechtszirkular polarisiertes Licht bedeutet daher, daß sich der elektrische Feldvektor $\mathbf{E}(t)$ bei Betrachtung entgegen der Ausbreitungsrichtung des Lichts im Gegenuhrzeigersinn in der von $\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{x}}$ und $\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{y}}$ aufgespannten Ebene bewegt (d. h. von $\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{x}}$ nach $\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{y}}$).

[‡]Selbstverständlich liefert ein statisches elektrisches Feld schon in erster Ordnung im Feld einen Beitrag zum Strom. Dieser ist bezüglich der später erläuterten Phänomene nicht von Interesse.

des Lichts deutlich wird:

$$j_{\lambda}^{\text{CPGE}} = \sum_{\varrho} i\gamma_{\lambda\varrho} \left[\tilde{\mathbf{E}} \times \tilde{\mathbf{E}}^* \right]_{\varrho} = \sum_{\varrho} i\gamma_{\lambda\varrho} \frac{E_0^2}{2} P_{\text{circ}} \hat{\mathbf{e}}_{\varrho} \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\bar{z}}. \quad (4.5)$$

Für linear polarisiertes Licht ($\varphi = 0$) ist somit $\mathbf{j}^{\text{CPGE}} = 0$. Die Abhängigkeit $\mathbf{j}^{\text{CPGE}} \propto P_{\text{circ}} = \sin \varphi$ kann im Experiment direkt zur Identifikation des CPGE verwendet werden, da \mathbf{j}^{LPGE} im Gegensatz zu \mathbf{j}^{CPGE} bei Umkehrung der zirkularen Lichtpolarisation nicht das Vorzeichen wechselt.

Durch Symmetriebetrachtungen kann gezeigt werden (Pikus & Titkov¹⁴¹), daß sich der Tensor dritter Stufe $\chi_{\lambda\mu\nu}$ wie der piezoelektrische Tensor transformiert und somit nur in Kristallen ohne Inversionszentrum nichtverschwindende Komponenten besitzen kann. Das den CPGE beschreibende $\gamma_{\lambda\varrho}$ transformiert sich wie der Gyrationstensor, der nur in optisch aktiven Materialien von Null verschiedene Komponenten besitzt. Damit ist z. B. für Trogstrukturen mit den Symmetrien D_{2d} , C_{2v} und C_s ein Auftreten des CPGE möglich (Kleber¹⁰¹). Betrachtet man die genauere Struktur von $\gamma_{\lambda\varrho}$, so ist der CPGE unter senkrechter Inzidenz bei Strukturen der Symmetrie C_s erlaubt, während für die Symmetrien C_{2v} und D_{2d} schräger Lichteinfall erforderlich ist (Ganichev & Prettl⁶⁵).

4.1.1 Mikroskopische Erklärung des zirkular photogalvanischen Effektes

Mikroskopisch betrachtet ist der LPGE die Realisierung einer quantenmechanischen Ratsche (Belinicher & Sturman, 1980¹⁵). Er entsteht durch asymmetrische Streuung der durch das Hochfrequenzfeld getriebenen Ladungsträger und ist unabhängig vom Spin.

Daher wollen wir uns im folgenden auf den CPGE konzentrieren, der — wie wir sehen werden — ein Spin-Effekt ist, und ihn für den Fall (113)-gewachsener, p -dotierter GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As-Quantentröge diskutieren, wie sie in den Experimenten von Ganichev *et al.*^{62,64} verwendet wurden.

Ein vereinfachte Darstellung des CPGE in diesen Systemen mit Symmetrie C_s gibt Abb. 4.1 wieder. Die Anregung erfolgt im Experiment von Ganichev *et al.* durch Ferninfrarot-Strahlung (FIR) mit einer Quantenenergie, die geeignet ist, direkte Übergänge zwischen den jeweils untersten (spinaufgespaltenen) *heavy-hole* ($hh1$) und *light-hole*-Subbändern ($lh1$) zu erzeugen. Bei Verwendung von zirkular polarisiertem Licht in senkrechter Inzidenz werden hauptsächlich (für eine quantitativere Darstellung vgl. Abschnitt 4.4) Übergänge mit $\Delta m = +2$, d. h. von $|hh1 \downarrow_{z'}\rangle = |\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\rangle$ nach $|lh1 \uparrow_{z'}\rangle = |\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\rangle$ induziert.

Hierbei wurde schon die allgemeine Basis $\hat{\mathbf{e}}_{x'}$, $\hat{\mathbf{e}}_{y'}$, $\hat{\mathbf{e}}_{z'}$ für Systeme mit Wachstumsrichtung $\hat{\mathbf{e}}_{z'} \neq \hat{\mathbf{e}}_z = (0, 0, 1)$ benutzt. Der in der Basis $\hat{\mathbf{e}}_x$, $\hat{\mathbf{e}}_y$, $\hat{\mathbf{e}}_z$ ausgedrückte

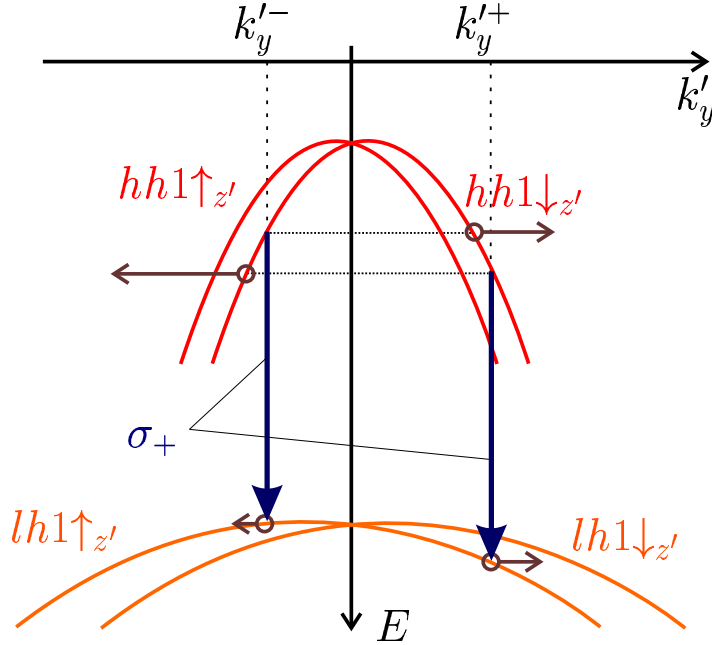


ABBILDUNG 4.1: Vereinfachtes Modell des zirkular photogalvanischen Effektes in einem p -dotierten Quantentrog mit Symmetrie C_s . Bei Bestrahlung parallel zur Wachstumsrichtung und mit Licht entsprechender Energie finden Übergänge zwischen den spinaufgespaltenen ($\uparrow_{z'}$ bzw. $\downarrow_{z'}$) untersten heavy-hole- ($hh1$) und light-hole- ($lh1$) Subbändern statt. Eingezeichnet sind nur die aufgrund von optischen Auswahlregeln (vgl. Abschnitt 4.4) dominierenden Übergänge für den Fall der Bestrahlung mit rechtszirkular polarisiertem (σ_+) Licht. Es findet vorwiegend die Anregung von $hh1\downarrow_{z'}$ nach $lh1\uparrow_{z'}$ statt. Diese erfolgt bei zwei betragsmäßig verschiedenen Wellenvektoren $k_y'^+$ und $k_y'^-$. Aufgrund dieser Asymmetrie addieren sich die Strombeiträge (horizontale Pfeile) sowohl im entleerten ($hh1$) als auch im gefüllten ($lh1$) Subband zu einem Nettostrom in y' -Richtung.

Wellenvektor \mathbf{k} muß dann gemäß der in Anhang E angegebenen Transformationsformel (E.2) zu einem in der neuen Basis ausgedrückten \mathbf{k}' umgerechnet werden. In dieser Darstellung ist dann $\mathbf{k}'_{\parallel} = [k'_x, k'_y, 0]$ der *in-plane*-Wellenvektor.

Im Gegensatz zu (001)-gewachsenen Quantentrögen mit Symmetrie D_{2d} oder C_{2v} ist in Strukturen mit Wachstumsrichtung [113] eine zumindest teilweise Klassifikation der Subbänder nach der Spin-Quantisierungsrichtung in Wachstumsrichtung $\hat{\mathbf{e}}_{z'}$ möglich. Die Ursache dafür ist ein Zusatzterm $\propto k'_y$ zur Komponente des effektiven Magnetfeldes in z' -Richtung. In Gl. (E.12) (Anhang E) führen wir den Ursprung dieses Beitrags auf die \mathbf{k} -linearen Beiträge zum Luttinger-Hamiltonian zurück. Der Zusatzterm tritt auch für symmetrisch dotierte Quantentröge aus Zinkblende-Materialien auf und unterscheidet sich damit von einem anderen Beitrag (Ganichev *et al.*⁶⁶), der nur in asymmetrischen Systemen auftritt.

Aufgrund der bereits erwähnten Auswahlregeln für rechtszirkular polarisiertes Licht kommt es auf der k'_y -Achse zu Übergängen bei zwei betragsmäßig verschiedenen

Wellenvektoren k_y^+ und k_y^- . Die zugehörigen Strombeiträge addieren sich sowohl im entleerten ($hh1$) als auch im durch die Anregung gefüllten Subband ($lh1$) zu einem Nettostrom in y' -Richtung. Für linkszirkular polarisierte Strahlung dominiert der Übergang $|hh1 \uparrow_{z'}\rangle \rightarrow |lh1 \downarrow_{z'}\rangle$ (entsprechend $\Delta m = -2$) und der Nettostrom fließt in die umgekehrte Richtung.

Offenbar verschwindet die Asymmetrie der Anregung und damit auch der Nettostrom, wenn keine Spinaufspaltung der Subbänder vorliegt. Diese Aufspaltung kann neben der fehlenden Inversionssymmetrie des Zinkblendegitters (Dresselhaus⁴⁶) auch durch die Asymmetrie des Trogpotentials (Wilamowski *et al.*,¹⁷⁹ Ganichev *et al.*,⁶⁶ Ferreira & Bastard⁵⁷) verursacht werden.

Neben dem hier diskutierten sogenannten *ballistischen* Beitrag zum Photostrom $j^{(1)}$, der aus einer asymmetrischen Verteilung der Ladungsträger im \mathbf{k}'_{\parallel} -Raum resultiert, gibt es noch einen zweiten Beitrag $j^{(2)}$, der zu einem Strom während der SR der optisch orientierten Ladungsträger führt. In den erwähnten Experimenten können $j^{(1)}$ und $j^{(2)}$ nicht unterschieden werden. Beide Beiträge sind von der gleichen Größenordnung und können durch

$$j^{(1,2)} \sim e w s_0 \tau_{\text{tr}} \beta / \hbar \quad (4.6)$$

abgeschätzt werden, wobei w die Absorptionsrate der Photonen pro Fläche, s_0 (zwischen 0 und 1) die durchschnittliche Spinpolarisation eines angeregten Ladungsträgers nach dem Übergang, τ_{tr} die Impulsrelaxationszeit und β der k'_y -lineare Spinaufspaltungsparameter ist, so daß für die Spinaufspaltung $\Delta E_s = 2\beta k'_y$ gilt (Ganichev *et al.*⁶³). Es kann daher nur ein Strom auftreten, wenn bei der Anregung auch eine Orientierung der Spins erfolgt.

Die hier angewandte Erzeugung von Überschuß-Spins durch Intersubband-Anregung ist eine *monopolare* Spinorientierung,⁶⁴ da nur eine Sorte Ladungsträger (hier: Löcher) im System vorhanden ist. Sie hat gegenüber der Interband-Anregung den Vorteil, daß keine auf der Elektron-Loch-Wechselwirkung beruhenden SRs-Mechanismen (z. B. BAP, vgl. Abschnitt 2.1) auftreten.

4.1.2 Spin-empfindliche Sättigung der Absorption

Bei Verwendung niedriger Lichtintensitäten $I \propto E_0^2$ ist der Photostrom j gemäß Gl. (4.5) proportional zu I (linearer Bereich). Bei Steigerung der Intensität wurde eine Sättigung von j beobachtet (Ganichev *et al.*⁶¹). Im mikroskopischen Bild wird dies anhand von Gl. (4.6) verständlich, wenn man berücksichtigt, daß bei hohen Anregungsintensitäten die Entleerung der Ausgangszustände und die Füllung der Endzustände schneller als die Abregung durch im allgemeinen nichtstrahlende Relaxationsprozesse (z. B. Phononemission) erfolgt. Daher sättigt mit wachsendem I die Absorptionsrate w und damit auch der Strom.

Aus dem Sättigungsverhalten lassen sich die Relaxationszeiten des Systems gewinnen. Dazu wird in der sogenannten Sättigungsspektroskopie⁶¹ die Intensitätsabhängigkeit des linearen und zirkularen Photostroms gemessen. Ein typisches Ergebnis einer solchen Messung zeigt Abb. 4.2. Bei niedrigen Intensitäten ist w/I

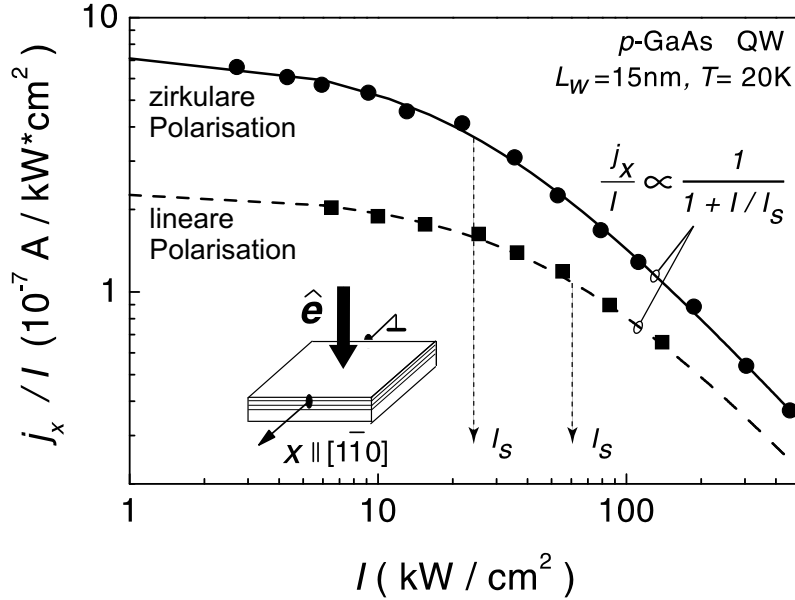


ABBILDUNG 4.2: Photogalvanischer Strom j_x normiert auf die Intensität I als Funktion von I für zirkular und linear polarisiertes Licht. Der Inset zeigt die Geometrie des Experiments,⁶¹ wobei \hat{e} die Einfallrichtung der FIR-Strahlung ist, und der Strom j_x für senkrechte Inzidenz entlang der $[1\bar{1}0]$ -Richtung fließt. Die Messung wurde an einem p-dotierten $(11\bar{3})$ -GaAs/AlGaAs-Quantentrog (QW) mit Trogbreite $L_W = 15$ nm durchgeführt. Für die Messung des CPGE (LPGE) wurde zirkular (linear) polarisiertes Licht verwendet.

Die durchgezogene Linie ist ein Fit $j_x/I \propto 1/(1 + I/I_s)$, wobei die erhaltenen Sättigungsintensitäten I_s für zirkulare und lineare Polarisation eingezeichnet sind (gestrichelte Pfeile). (aus: Ganichev et al.⁶¹)

bzw. j/I konstant und proportional zum linearen Absorptionskoeffizienten[†] α . Die Beziehung

$$\frac{j}{I} \propto \frac{1}{1 + \frac{I}{I_s}}$$

mit der Sättigungsintensität I_s als Fitparameter reproduziert die Meßwerte hervorragend, wobei I_s für zirkulare Polarisation deutlich kleiner ist als für lineare Polarisation. Die Ursachen dafür werden in Abb. 4.3 an einem einfachen Modell veranschaulicht. Die zwei Spin-aufgespaltenen Subbänder von $hh1$ bzw. $lh1$ werden durch

[†]Der lineare Absorptionskoeffizient α ist definitionsgemäß unabhängig von der Intensität I und die Übergangsrate w ist proportional zu αI . In Abschnitt 4.2 wird eine genauere Definition von α gegeben und die quantitative Berechnung durchgeführt.

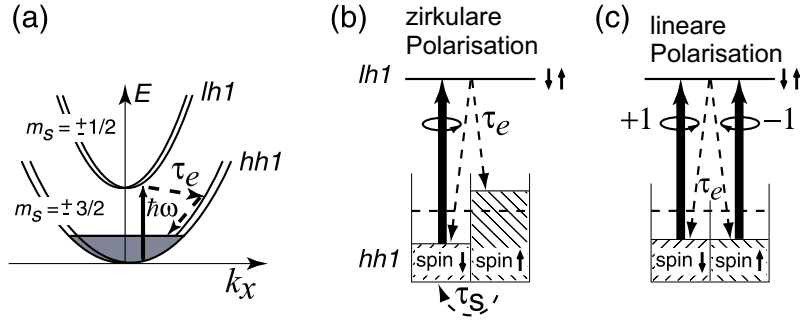


ABBILDUNG 4.3: Mikroskopische Ursache der unterschiedlichen Sättigungsintensitäten für zirkulare und lineare Polarisation (genaue Erläuterung siehe Text S. 74ff). (aus: Schneider et al.¹⁵³)

linear polarisierte Strahlung gleichermaßen entleert bzw. gefüllt. Mit zunehmender Intensität wird die Anregungsrate mit der Energierelaxationsrate τ_e^{-1} vergleichbar und die Besetzungen von $hh1$ und $lh1$ nähern sich einander an. Es kommt zur Sättigung der Absorption bzw. des Photostroms, der von der Energierelaxationszeit τ_e gemäß (Ganichev et al.,⁶¹ Ivchenko⁸⁴)

$$\frac{j^{\text{LPGE}}}{I} \propto \frac{1}{1 + \frac{I}{I_{se}}} \quad I_{se} = \frac{\hbar\omega n}{\alpha L \tau_e} \quad (4.7)$$

abhängt, wobei $\hbar\omega$ die Photonenergie des eingestrahlten Lichts, n die Lochdichte, L die Trogbreite und α der lineare Absorptionskoeffizient ist.

Für zirkulare Polarisation ist die Absorption „Spin-selektiv“, da aufgrund von Auswahlregeln (vgl. Abschnitt 4.4) weitgehend nur eine Spinsorte in jedem Subband an der Absorption beteiligt ist. Da die Löcher im $lh1$ -Subband ihre photoinduzierte Spinorientierung bei der Rückkehr ins $hh1$ -Subband schnell verlieren⁶¹ (Ferreira & Bastard⁵⁶), erhält man nur in letzterem eine Spinorientierung. Die Sättigung der Absorption ist dann sowohl durch τ_e als auch durch die SRs-Zeit τ_s bestimmt. Unter der Annahme, daß τ_e nicht von der Polarisation der Strahlung abhängt und daß vollständige Spinorientierung erfolgt, ergibt sich das Sättigungsverhalten:^{61, 84}

$$\frac{j^{\text{CPGE}}}{I} \propto \frac{1}{1 + I \left(\frac{1}{I_{se}} + \frac{1}{I_{ss}} \right)}, \quad (4.8a)$$

$$I_{ss} = \frac{\hbar\omega n}{\alpha L \tau_s}. \quad (4.8b)$$

Die beobachtete Intensitätsabhängigkeit der Sättigung entspricht dem bei homogener Verbreiterung (z. B. durch Streuprozesse der Löcher) erwarteten Verhalten (Komolov et al.,¹⁰⁶ Parshin & Shabaev¹³⁵). Würde die Sättigung durch inhomogene Verbreiterung (Allen & Eberly⁴) im Zusammenhang mit Rabi-Oszillationen erfolgen, wäre eine andere Intensitätsabhängigkeit ($j/I \propto 1/\sqrt{I}$) des Photostroms die Folge.¹³⁵

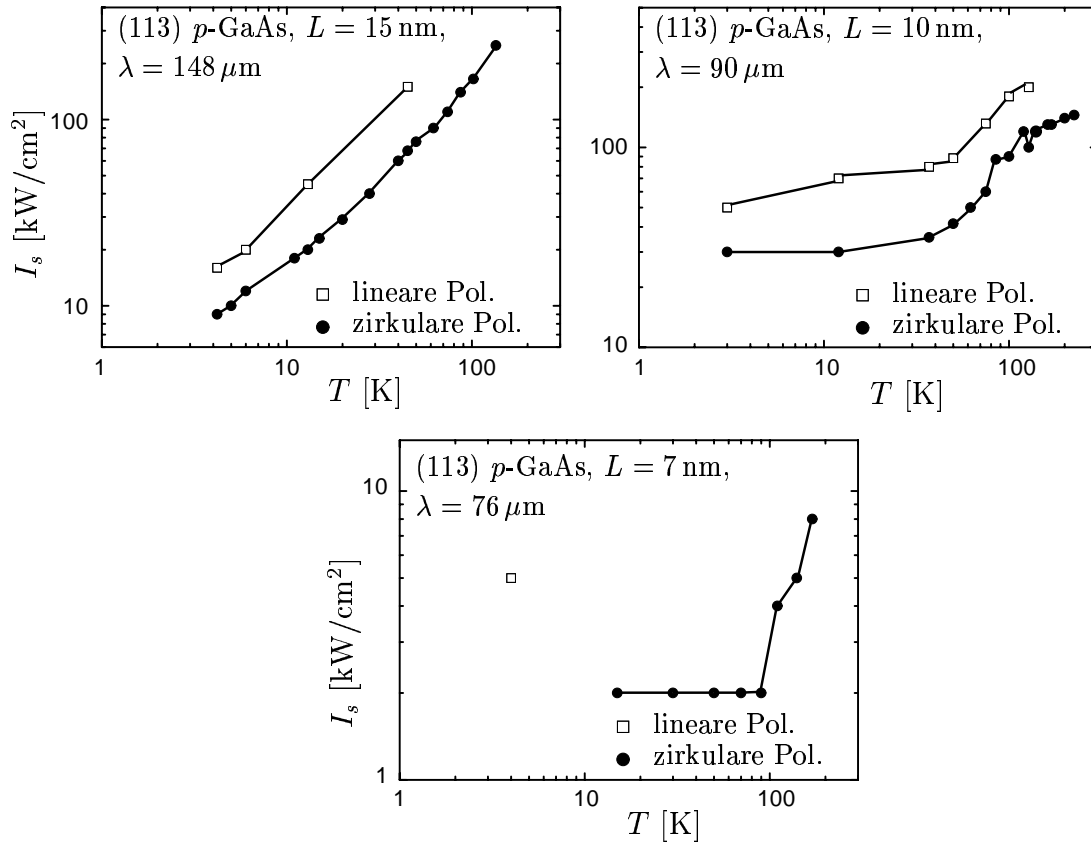


ABBILDUNG 4.4: Temperaturabhängigkeit der an Trögen verschiedener Breite $L = 15, 10$ und 7 nm gemessenen Sättigungsintensitäten für linear (Quadrate) und zirkular (Kreise) polarisiertes Licht. Die Proben wurden auf der (113) -Ebene gewachsen. (aus: Schneider et al.^{152,153})

Die von Schneider *et al.*^{152,153} gemessenen Sättigungsintensitäten für verschiedene Quantentröge sind in Abb. 4.4 wiedergegeben. Mit diesen Daten aus dem Experiment kann man bei bekanntem $\hbar\omega$, n , L und α mit Hilfe der Gleichungen (4.7) und (4.8) die SRS-Zeiten τ_s für verschiedene Trogbreiten in Abhängigkeit von der Temperatur T ermitteln. Die ersten drei Größen sind bekannt oder experimentell leicht zugänglich. Dies gilt nicht für den Absorptionskoeffizienten α . Dessen Messung ist zwar prinzipiell möglich, scheiterte aber im vorliegenden Fall daran, daß er zu klein ist, als daß er mit der zur Verfügung stehenden Meßtechnik bestimmt werden könnte (Ganichev⁶⁰). Aus diesem Grund wurden für den Trog mit $L = 15 \text{ Å}$ von Vorobjev *et al.*¹⁷⁶ theoretisch berechnete Absorptionskoeffizienten zur Bestimmung von τ_s verwendet.⁶¹ Da diese nur für eine Trogbreite zur Verfügung standen und überdies aufgrund einer vereinfachten Behandlung der Temperaturabhängigkeit nur für kleine T verlässlich schienen (Golub⁷³), werden in der vorliegenden Arbeit lineare Absorptionskoeffizienten für die Systeme in Abb. 4.4 berechnet. Die diesen Rechnungen zugrundeliegende Theorie und die erhaltenen Ergebnisse sind im folgen-

den Abschnitt 4.2 dargestellt. Die aus der Verknüpfung von theoretisch berechneten Absorptionskoeffizienten und gemessenen Sättigungsintensitäten gewonnenen SRs-Zeiten werden dann in Abschnitt 4.3 diskutiert.

4.2 Absorption von Licht in *p*-dotierten Quantentrögen

Die Energie von Lichtquanten im Ferninfrarot entspricht den typischen Energieabständen von Lochsubbändern in *p*-dotierten Quantenstrukturen. In diesem Abschnitt stellen wir die Berechnung des Absorptionskoeffizienten auf der Basis von Fermis Goldener Regel für Übergänge zwischen solchen Zuständen vor.

4.2.1 Herleitung mit Fermis Goldener Regel

Wir betrachten die Wirkung des elektromagnetischen Feldes auf das elektronische System als zeitabhängige Störung, die zur Zeit $t = 0$ eingeschaltet wird:

$$\hat{H}'(t) = e\Theta(t)\mathbf{A}(t) \cdot \hat{\mathbf{v}} ,$$

wobei das Vektorpotential $\mathbf{A}(t)$ über $\mathbf{E}(t) = -\partial_t \mathbf{A}(t)$ mit dem elektrischen Feld zusammenhängt und der *Geschwindigkeitsoperator* $\hat{\mathbf{v}} = \hat{\mathbf{p}}/m_0$ ist. Dabei wurden Terme zweiter Ordnung in \mathbf{A} vernachlässigt (Dipolnäherung).

Nach Fermis Goldener Regel (Nolting¹²⁹) ist die Übergangsrate zwischen den Zuständen $|a\rangle$ und $|e\rangle$ mit Energien E_a und E_e durch

$$\Gamma_{ae} = \frac{1}{\hbar^2 t} \left| \int_0^t dt' \langle e | \hat{H}'(t') | a \rangle e^{i(E_e - E_a)t'/\hbar} \right|^2 \quad (4.9)$$

gegeben. Nach den üblichen Näherungen¹²⁹ ergibt sich der Anteil der Absorption an der Übergangsrate

$$\Gamma_{ae}^{\text{abs}} = \frac{\pi}{2\hbar} \delta(E_e - E_a - \hbar\omega) \frac{2e^2 E_0^2}{\omega^2} \underbrace{\left| \frac{v_x^{ea} + e^{-i\varphi} v_y^{ea}}{\sqrt{2}} \right|^2}_{=: V_\varphi^{ea}(\mathbf{k})} \quad (4.10)$$

mit den Projektionen der Übergangsmatrixelemente

$$\begin{aligned} v_x^{ea} &= \mathbf{v}^{ea} \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\tilde{x}} , \\ v_y^{ea} &= \mathbf{v}^{ea} \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\tilde{y}} , \\ \mathbf{v}^{ea} &= \langle e | \hat{\mathbf{v}} | a \rangle . \end{aligned}$$

Für linear polarisiertes Licht ist

$$V_0^{ea} = |\mathbf{v}^{ea} \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\text{pol}}|^2 \quad (4.11)$$

und für links- bzw. rechtszirkular polarisiertes Licht schreiben wir unter Definition von $\tilde{\mathbf{e}}_{\pm} = \hat{\mathbf{e}}_{\tilde{x}} \pm i\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{y}}$

$$V_{\pm\pi/2}^{ea}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} |\mathbf{v}^{ea} \cdot \tilde{\mathbf{e}}_{\mp}|^2 . \quad (4.12)$$

Wegen

$$\tilde{\mathbf{e}}_{\pm} \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\tilde{z}} = 0 , \quad (4.13a)$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_{\pm} \cdot \tilde{\mathbf{e}}_{\pm} = 0 , \quad (4.13b)$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_{\pm} \cdot \tilde{\mathbf{e}}_{\mp} = 2 \quad (4.13c)$$

können nur die Terme in \mathbf{v}^{ea} zur Absorption von rechtszirkular (linkszirkular) polarisiertem Licht beitragen, die proportional zu $\tilde{\mathbf{e}}_{-}$ ($\tilde{\mathbf{e}}_{+}$) sind. Für senkrechte Inzidenz, auf die wir uns in der späteren Auswertung beschränken wollen, ist $\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{z}} = \hat{\mathbf{e}}_{z'}$ und damit kann für zirkular polarisiertes Licht ohne Einschränkung $\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{x}} = \hat{\mathbf{e}}_{y'}$ sowie $\hat{\mathbf{e}}_{\tilde{y}} = \hat{\mathbf{e}}_{y'}$ gewählt werden. Damit tragen nach Gl. (4.12) und Gl. (4.13) nur Terme in \mathbf{v}^{ea} , die proportional zu $\tilde{\mathbf{e}}'_{-}$ ($\tilde{\mathbf{e}}'_{+}$) sind, zur Absorption von rechtszirkular (linkszirkular) polarisiertem Licht bei, wobei die Abkürzung $\tilde{\mathbf{e}}'_{\pm} = \hat{\mathbf{e}}_{x'} \pm i\hat{\mathbf{e}}_{y'}$ verwendet wurde.

Der Absorptionskoeffizient α beschreibt die Verminderung der Intensität I beim Durchgang der Strahlung durch ein Material der Dicke L gemäß (Vogel¹⁷⁵)

$$I(L) = I(0)e^{-\alpha L}$$

und ist für ein einzelnes Paar von Subbandzuständen $|a\rangle = |i, \mathbf{k}'_{\parallel}\rangle$ bzw. $|e\rangle = |j, \mathbf{k}'_{\parallel}\rangle$ mit *in-plane*-Wellenvektor \mathbf{k}'_{\parallel} und Subbandindizes i bzw. j gegeben durch (Bassani & Parravicini¹²)

$$\alpha(\mathbf{k}'_{\parallel}) = \frac{\hbar\omega\Gamma_{ij}(\mathbf{k}'_{\parallel})}{LS u c/n} ,$$

wobei $\hbar\omega\Gamma_{ij}(\mathbf{k}'_{\parallel})/(LS)$ die pro Volumen LS absorbierte Leistung, u die Energiedichte des Strahlungsfeldes und c/n die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium ist. Der Brechungsindex n hängt mit der relativen Dielektrizitätskonstanten ε_r gemäß $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ zusammen. Da der Impuls des absorbierten Photons gegenüber dem Kristallimpuls $\hbar|\mathbf{k}'_{\parallel}|$ vernachlässigbar klein ist, erfolgen aufgrund der Impulserhaltung nur Übergänge zwischen Zuständen mit gleichem \mathbf{k}'_{\parallel} (vertikale Übergänge). Durch Einsetzen von¹²⁹

$$u = \varepsilon_r \varepsilon_0 E_0^2$$

und Gl. (4.10) erhält man

$$\alpha(\mathbf{k}'_{\parallel}) = \frac{\pi e^2}{LS n \varepsilon_0 \omega c} \delta(E_j^{\mathbf{k}'_{\parallel}} - E_i^{\mathbf{k}'_{\parallel}} - \hbar\omega) V_{\varphi}^{ji}(\mathbf{k}'_{\parallel}) ,$$

wobei ε_0 die Dielektrizitätskonstante des Vakuums ist. Durch Integration über alle \mathbf{k}'_{\parallel} -Zustände und Berücksichtigung der Besetzungswahrscheinlichkeit des Anfangs-

und Endzustands durch die Fermi-Verteilungsfunktion F_0 erhält man daraus den Absorptionskoeffizienten für Übergänge zwischen den Subbändern i und j (Vorob'ev *et al.*¹⁷⁶):

$$\alpha_{i \rightarrow j} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 n \omega c L} \int d\mathbf{k}'_{\parallel} \delta(E_j^{\mathbf{k}'_{\parallel}} - E_i^{\mathbf{k}'_{\parallel}} - \hbar\omega) V_{\varphi}^{ji}(\mathbf{k}'_{\parallel}) \left(F_0(E_j^{\mathbf{k}'_{\parallel}}) - F_0(E_i^{\mathbf{k}'_{\parallel}}) \right). \quad (4.14)$$

Bei der Behandlung von Quantentrögen ist es üblich, für L die Trogbreite einzusetzen (Chang & James²⁷), wobei auch andere Ansätze¹⁷⁶ vertreten werden. Genaugenommen ist nur der dimensionslose Absorptionsgrad αL wohldefiniert, der in allen Fällen den gleichen Wert hat. Er gibt den Anteil der absorbierten Intensität in Relation zur eingestrahnten an. Üblicherweise wird in der Literatur jedoch der Absorptionskoeffizient angegeben, den wir in dieser Arbeit durch Einsetzen der Trogbreite für L aus dem eigentlich berechneten Absorptionsgrad ermitteln.

Da aufgrund von Streuprozessen die Lebensdauer der am Übergang beteiligten Zustände begrenzt ist, ergibt sich eine Verbreiterung der Absorptionslinien (Lebensdauererbreiterung). Eine zusätzliche Ausschmierung wird durch die Variation der Trogbreite in der Wachstumsebene erzeugt. Dadurch werden die Übergangsenergien abhängig vom Ort in der *in-plane*-Ebene, was bei einer Mittelung über den Ort als Linienverbreiterung erscheint. Die diskutierten Mechanismen können durch den Übergang von der δ -Funktion in Gl. (4.14) zu einer Gauß- oder Lorentz-Funktion gemäß

$$\delta(E_e - E_a - \hbar\omega) \xrightarrow{\text{Gauß}} \frac{1}{\sqrt{\pi}\Upsilon} e^{-(E_e - E_a - \hbar\omega)^2 / \Upsilon^2} = \Delta^G(E_e - E_a - \hbar\omega) \quad (4.15a)$$

bzw.

$$\delta(E_e - E_a - \hbar\omega) \xrightarrow{\text{Lorentz}} \frac{\Upsilon/\pi}{(E_e - E_a - \hbar\omega)^2 + \Upsilon^2} = \Delta^L(E_e - E_a - \hbar\omega) \quad (4.15b)$$

berücksichtigt werden, wobei der Verbreiterungsparameter Υ typischerweise wenige meV beträgt.²⁷

Damit ist der Absorptionskoeffizient für Übergänge zwischen Subbändern mit den Indizes i und j durch

$$\alpha_{i \rightarrow j} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 n \omega c L} \int d\mathbf{k}'_{\parallel} V_{\varphi}^{ji}(\mathbf{k}'_{\parallel}) \left(F_0(E_j^{\mathbf{k}'_{\parallel}}) - F_0(E_i^{\mathbf{k}'_{\parallel}}) \right) \Delta^{G/L} \left(E_j^{\mathbf{k}'_{\parallel}} - E_i^{\mathbf{k}'_{\parallel}} - \hbar\omega \right) \quad (4.16)$$

gegeben. Der gesamte Absorptionskoeffizient α ist die Summe über diese Beiträge:

$$\alpha = \sum_{i,j} \alpha_{i \rightarrow j}. \quad (4.17)$$

Gleichung (4.16) beinhaltet das in der Literatur^{12,27} angegebene Ergebnis und verallgemeinert es für den bislang nicht behandelten Fall beliebiger Polarisation.

Einen wesentlichen Beitrag zum Absorptionskoeffizienten gibt es nur dann, wenn die Anregungsenergie $\hbar\omega$ nicht deutlich mehr als Υ von der Energiedifferenz $E_j^{\mathbf{k}'_{\parallel}} - E_i^{\mathbf{k}'_{\parallel}}$ abweicht. Der Faktor $F_0(E_j^{\mathbf{k}'_{\parallel}}) - F_0(E_i^{\mathbf{k}'_{\parallel}})$ ist bei niedrigen Temperaturen für Übergänge aus dem Fermisee des untersten (spinaufgespaltenen) Subbands zu höheren (unbesetzten) Subbändern gleich eins und nimmt für höhere Temperaturen kleinere Werte an. Die Größe $V_{\varphi}^{ji}(\mathbf{k}'_{\parallel})$ beinhaltet durch die Matrixelemente des Geschwindigkeitsoperators die Auswahlregeln für Übergänge und hängt über diese auch von der Polarisierung des Lichts ab.

4.2.2 Berechnung im Rahmen der $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Theorie

Der Wert von $V_{\varphi}^{ji}(\mathbf{k}'_{\parallel})$ wird folgendermaßen bestimmt: Im Rahmen der $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Theorie ergibt sich der Geschwindigkeitsoperator formal aus dem $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Hamiltonian durch Bildung des Gradienten im \mathbf{k} -Raum (Blount¹⁹):

$$\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\mathbf{k}} H(\mathbf{k}) . \quad (4.18)$$

Im Rahmen des 4×4 -Luttinger-Modells (vgl. Anhang A) berechnet man nach dieser Vorschrift unter Definition der Abkürzung $\varepsilon = \frac{\hbar^2}{2m_0}$ den Geschwindigkeitsoperator

$$\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_A & \mathbf{v}_B - \frac{1}{2} \frac{C}{\hbar} \mathbf{e}_+ & \mathbf{v}_D + \frac{C}{\hbar} \mathbf{e}_z & -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{C}{\hbar} \mathbf{e}_- \\ \mathbf{v}_B^* - \frac{1}{2} \frac{C}{\hbar} \mathbf{e}_- & \mathbf{v}_{A'} & \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{C}{\hbar} \mathbf{e}_+ & \mathbf{v}_D - \frac{C}{\hbar} \mathbf{e}_z \\ \mathbf{v}_D^* + \frac{C}{\hbar} \mathbf{e}_z & \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{C}{\hbar} \mathbf{e}_- & \mathbf{v}_{A'} & -\mathbf{v}_B - \frac{1}{2} \frac{C}{\hbar} \mathbf{e}_+ \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{C}{\hbar} \mathbf{e}_+ & \mathbf{v}_D^* - \frac{C}{\hbar} \mathbf{e}_z & -\mathbf{v}_B^* - \frac{1}{2} \frac{C}{\hbar} \mathbf{e}_- & \mathbf{v}_A \end{pmatrix} , \quad (4.19a)$$

$$\mathbf{v}_A = \frac{\varepsilon}{\hbar} [-(\gamma_1 + \gamma_2)(\mathbf{e}_+ k_- + \mathbf{e}_- k_+) - (\gamma_1 - 2\gamma_2)2k_z \mathbf{e}_z] , \quad (4.19b)$$

$$\mathbf{v}_{A'} = \frac{\varepsilon}{\hbar} [-(\gamma_1 - \gamma_2)(\mathbf{e}_+ k_- + \mathbf{e}_- k_+) - (\gamma_1 + 2\gamma_2)2k_z \mathbf{e}_z] , \quad (4.19c)$$

$$\mathbf{v}_B = \frac{\varepsilon}{\hbar} 2\gamma_3 \sqrt{3} (k_- \mathbf{e}_z + k_z \mathbf{e}_-) , \quad (4.19d)$$

$$\mathbf{v}_D = \frac{\varepsilon}{\hbar} \sqrt{3} [(\gamma_2 - \gamma_3)k_+ \mathbf{e}_+ + (\gamma_2 + \gamma_3)k_- \mathbf{e}_-] , \quad (4.19e)$$

mit den Luttinger-Parametern $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ und dem Dresselhaus-Parameter C . In dieser Darstellung ist die Quantisierungsrichtung $\hat{\mathbf{e}}_z$ des Gesamtdrehimpulses die kristallographische Achse [001] und $\hat{\mathbf{e}}_x$ bzw. $\hat{\mathbf{e}}_y$ sind die Einheitsvektoren entlang der [100]- bzw. [010]-Richtung. Für nicht (001)-gewachsene Systeme muß Gl. (4.19) mit der in Anhang E angegebenen Transformationsformel (E.2) so umgeschrieben werden, daß $\hat{\mathbf{v}}$ vom Wellenvektor \mathbf{k}' in der neuen Basis $\hat{\mathbf{e}}_{x'}, \hat{\mathbf{e}}_{y'}, \hat{\mathbf{e}}_{z'}$ abhängt, wobei $\hat{\mathbf{e}}_{z'}$ die Wachstumsrichtung ist. Mit dem erhaltenen $\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}')$ können nach der Ersetzung

(Gl. (1.15)) von k'_z die Matrixelemente

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^{ji}(\mathbf{k}'_{\parallel}) &= \langle j, \mathbf{k}'_{\parallel} | \hat{\mathbf{v}}([\mathbf{k}'_{\parallel}, -i\partial_{z'}]) | i, \mathbf{k}'_{\parallel} \rangle \\ &= \sum_{m_j, m_i=1}^4 \int_{-\infty}^{\infty} \left(\xi_{j, \mathbf{k}'_{\parallel}}^{m_j}(z') \right)^* \hat{\mathbf{v}}_{m_j, m_i}([\mathbf{k}'_{\parallel}, -i\partial_{z'}]) \xi_{i, \mathbf{k}'_{\parallel}}^{m_i}(z') dz' \end{aligned} \quad (4.20)$$

aus den Vierer-Spinoren $|i, \mathbf{k}'_{\parallel}\rangle$ berechnet werden, wobei deren Einträge für $m_i = 1, \dots, 4$ die Enveloppenfunktionen $\xi_{i, \mathbf{k}'_{\parallel}}^{m_i}(z')$ sind. Hierbei vernachlässigen wir die Ortsabhängigkeit der Bandparameter $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ und C und verwenden die Werte des Trog-Volumenmaterials.

Durch die Definition von Überlappintegralen²⁷

$$O_{j, i, \mathbf{k}'_{\parallel}}^{m_j, m_i} = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\xi_{j, \mathbf{k}'_{\parallel}}^{m_j}(z') \right)^* \xi_{i, \mathbf{k}'_{\parallel}}^{m_i}(z') dz', \quad (4.21a)$$

$$P_{j, i, \mathbf{k}'_{\parallel}}^{m_j, m_i} = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\xi_{j, \mathbf{k}'_{\parallel}}^{m_j}(z') \right)^* \frac{1}{i} \partial_{z'} \xi_{i, \mathbf{k}'_{\parallel}}^{m_i}(z') dz' \quad (4.21b)$$

wird Gl. (4.20) vereinfacht zu:

$$\mathbf{v}^{ji}(\mathbf{k}'_{\parallel}) = \sum_{m_j, m_i=1}^4 \left[\left(\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{k}'_{\parallel}} \right)_{m_j, m_i} O_{j, i, \mathbf{k}'_{\parallel}}^{m_j, m_i} + \left(\hat{\mathbf{v}}_{k'_z}^{\text{red}} \right)_{m_j, m_i} P_{j, i, \mathbf{k}'_{\parallel}}^{m_j, m_i} \right]. \quad (4.22)$$

Dabei konnte der Geschwindigkeitsoperator $\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}')$, der nur Terme linear in \mathbf{k}' und konstante Terme enthält, gemäß

$$\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}') = \hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{k}'_{\parallel}} + \hat{\mathbf{v}}_{k'_z}^{\text{red}} \cdot (-i\partial_{z'})$$

mit

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{k}'_{\parallel}} &= \hat{\mathbf{v}}([\mathbf{k}'_{\parallel}, 0]) , \\ \hat{\mathbf{v}}_{k'_z}^{\text{red}} &= \hat{\mathbf{v}}(\hat{\mathbf{e}}_{z'}) - \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{0}) \end{aligned}$$

aufgespalten werden.

Die konkrete numerische Berechnung von Absorptionskoeffizienten erfolgt nach folgendem Schema:

1. Mit Hilfe der selbstkonsistenten EFA werden die Dispersion der Lochsubbänder $E_i(\mathbf{k}'_{\parallel})$ und die zugehörigen Enveloppenfunktionen $\xi_{i, \mathbf{k}'_{\parallel}}^{m_i}$ auf dem \mathbf{k}'_{\parallel} -Stützstellengitter berechnet[†].

[†]In der numerischen Implementierung der EFA¹⁸¹ wird der gemäß Gl. (E.4) in Anhang E transformierte Hamiltonian verwendet, für den die Drehimpuls-Quantisierungsrichtung mit der Wachstumsrichtung übereinstimmt. Um aus den dabei berechneten Enveloppenfunktionen die angegebenen Eigenfunktionen $\xi_{i, \mathbf{k}'_{\parallel}}^{m_i}$ des untransformierten Hamiltonian zu erhalten, wurde die entsprechende Rücktransformation durchgeführt.

2. Anschließend werden die Überlappintegrale (4.21) durch numerische Integration aus den Enveloppenfunktionen ermittelt.
3. Durch Einsetzen in Gl. (4.22) erhält man die Matrixelemente des Geschwindigkeitsoperators $\mathbf{v}^{ji}(\mathbf{k}'_{\parallel})$ und daraus mit Gl. (4.10) unter Berücksichtigung der Lichtpolarisation das Quadrat des Übergangsmatrixelements $V_{\varphi}^{ji}(\mathbf{k}'_{\parallel})$ für alle *in-plane*-Wellenvektoren \mathbf{k}'_{\parallel} .
4. Nach Vorgabe einer Temperatur und der aus der EFA-Rechnung erhaltenen Ladungsdichte n ist durch die Bedingung

$$n = \sum_i \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{k}'_{\parallel} F_0(E_i^{\mathbf{k}'_{\parallel}}) \quad (4.23)$$

das chemische Potential μ_0 implizit festgelegt. Bei Gültigkeit der Effektivmassennäherung könnte unter Benutzung der Abhängigkeit der Fermi-Verteilungsfunktion F_0 von μ_0 (Gl. (2.19)) die Bestimmungsgleichung (4.23) analytisch nach μ_0 aufgelöst werden (vgl. Gl. (2.23) in Kap. 2). Wegen der stark nichtparabolischen Dispersion von Lochsubbändern ist das hier nicht möglich. Daher wird unter Benutzung der berechneten Subbanddispersionen $E_i^{\mathbf{k}'_{\parallel}}$ die rechte Seite von Gl. (4.23) als Funktion von μ_0 numerisch integriert und anschließend μ_0 so gewählt, daß Gl. (4.23) erfüllt ist.

5. Schließlich wird nach Einsetzen einer geeigneten Verbreiterung Υ der Absorptionskoeffizient für eine gegebene Anregungsenergie $\hbar\omega$ durch numerische Integration von Gl. (4.16) auf dem \mathbf{k}'_{\parallel} -Stützstellengitter berechnet. Durch Iteration dieses Schrittes für verschiedene $\hbar\omega$ ergibt sich schließlich das Absorptionsspektrum $\alpha(\omega)$.

Für den Spezialfall linearer Polarisation und (001)-gewachsener Strukturen ist das hier skizzierte Berechnungsschema für den Absorptionskoeffizienten identisch mit dem aus der Literatur (z. B. Ref. 27) bekannten Vorgehen. Die hier vorgenommene Verallgemeinerung auf beliebige Polarisation des Lichts erlaubt quantitative Aussagen über die Stärke der Spinorientierung beim Übergang zwischen Subbändern in Abhängigkeit von der Polarisation des Lichts (vgl. Abschnitt 4.4). Die Erweiterung auf allgemeine Wachstumsrichtungen ist für die in Abschnitt 4.2.4 vorgenommene Berechnung von Absorptionskoeffizienten in (113)-gewachsenen Quantenstrukturen notwendig.

4.2.3 Vergleiche und Tests des entwickelten Verfahrens

Zum Test der Numerik des entwickelten Verfahrens wäre es erstrebenswert, einen Vergleich mit Literaturergebnissen für den Absorptionskoeffizienten durchzuführen. Dies muß sich auf (001)-orientierte Systeme beschränken, da nach unserer Kenntnis

keine entsprechenden Arbeiten zu anderen Wachstumsrichtungen existieren.[†] Die Anzahl der Veröffentlichungen, in denen eine quantitative Auswertung von Absorptionskoeffizienten für Loch-Intersubbandübergänge durchgeführt wird, ist nicht sehr groß. Daher sollen im folgenden die Vergleichsmöglichkeiten mit den verschiedenen Arbeiten kurz erörtert werden.

Von manchen Autoren (z. B. Melliti *et al.*,¹²⁵ Cho *et al.*³³) werden die Ergebnisse für den Absorptionskoeffizienten in willkürlichen Einheiten angegeben oder nur die Veränderung bei Temperaturänderung untersucht (Vorob'ev *et al.*^{73, 176}). In anderen Veröffentlichungen werden Materialsysteme mit abweichenden Eigenschaften (z. B. Si/SiGe: Fromherz *et al.*⁵⁸) oder schwer zugänglichen Bandparametern (GaAs/InGaP: Chen & Wang³¹) behandelt.

Chang & James²⁷ behandeln ein GaAs/AlGaAs-System, geben jedoch keine Bandparameter an und verweisen in diesem Zusammenhang auf zwei Arbeiten mit *verschiedenen* Parametern. Eine Anfrage zur Klärung dieses Sachverhalts bei den Autoren blieb unbeantwortet. Die Reproduktion der publizierten Dispersion war nicht möglich. Entsprechend ist ein Vergleich der darauf basierenden Absorptionskoeffizienten nicht sinnvoll. Außerdem ist der von Chang & James angegebene Geschwindigkeitsoperator fehlerhaft. Sollte es sich dabei um keinen bloßen Druckfehler handeln, ist auch der von diesen Autoren verwendete Hamiltonian nicht korrekt, was eine mögliche Erklärung für die Abweichungen von unseren Ergebnissen für die Dispersion darstellt.

Ein ähnliches Problem tritt beim Vergleich mit der für eine GaAs/GaAlAs-Heterostruktur von Kolokolov *et al.*¹⁰⁵ berechneten Dispersion auf, die mit der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Implementierung der selbstkonsistenten EFA¹⁸¹ nicht reproduziert werden konnte. Entsprechend ist auch kein Vergleich der Absorptionskoeffizienten möglich.

In zwei weiteren Arbeiten von Petrov & Shik¹³⁶ sowie von Golub *et al.*⁷⁴ wird in einem vereinfachten Modell (z. B. unendlich tiefer Trog) die Berechnung des Absorptionskoeffizienten auf analytischem Weg durchgeführt. Da bei diesen Ansätzen auf die Verbreiterung der δ -Funktion gemäß Gl. (4.15) verzichtet werden muß, treten Singularitäten im Absorptionsspektrum $\alpha(\omega)$ auf, die numerisch nicht erfaßt werden können und damit den Vergleich der Ergebnisse erschweren. Es kann daher nur ein Vergleich des über die Anregungsenergie $\hbar\omega$ gemittelten $\alpha(\omega)$ durchgeführt werden. Für das dazu zu berechnende Integral $\int \alpha(\omega) d\omega$ wurden aus der Arbeit von Golub *et al.* Werte mit einem relativen Fehler von etwa 30 % extrahiert. Diese Ergebnisse wurde für verschiedene Temperaturen durch unsere numerische Rechnung im Rahmen der angegebenen Ungenauigkeit reproduziert. Eine gute Übereinstimmung wurde auch im Hinblick auf die Anregungsenergie erzielt, für die der Absorptionskoeffizient maximal wird.

[†]In einer Arbeit von Cho *et al.*³³ wird außerdem noch die Hochsymmetrierichtung [111] behandelt. Allerdings werden dort keine Absolutwerte für α angegeben.

Im Hinblick auf die Ergebnisse von Petrov & Shik ist ein Vergleich der Absorptionskoeffizienten erschwert, da diese Arbeit in bezug auf die verwendeten Werte der Wellenvektoren an der Fermikante k_F unklar ist. Die in der Arbeit angegebene Abhängigkeit von k_F von der Ladungsdichte n ist fehlerhaft. Neben anderen Unstimmigkeiten ist dies daran zu erkennen, daß $k_F(n)$ für verschwindendes n einen von Null verschiedenen Wert annimmt.

Trotz der angesprochenen Schwierigkeiten konnte beim Vergleich mit den einzelnen Arbeiten häufig zumindest eine qualitative Übereinstimmung der Ergebnisse festgestellt werden. Im Rahmen der Vergleichsmöglichkeiten ergibt sich eine gute quantitative Übereinstimmung mit den Resultaten von Golub *et al.* Die verwendete Methode und Numerik sind damit nach unserer Ansicht (Golub & Rössler⁷⁵) genügend abgesichert, so daß wir uns nun ihrer Anwendung zuwenden können.

4.2.4 Ergebnisse für den Absorptionskoeffizienten

Wir folgen dem in Abschnitt 4.2 geschilderten Vorgehen und berechnen das Absorptionsspektrum $\alpha(\omega)$ für die im Experiment von Ganichev *et al.* untersuchten (113)-GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As-Quantentröge mit $L = 7, 10$ und 15 nm und einer Lochdichte $n = 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Zum Vergleich führen wir die entsprechende Rechnung auch für ansonsten identische (001)-gewachsene Quantentröge durch.

Dispersion der Lochsubbänder

Dazu wurde für diese Systeme zuerst im Rahmen des 4×4 -Luttinger-Modells mit der selbstkonsistenten EFA unter Berücksichtigung des realen (fast symmetrischen) Dotierprofils der Proben (vgl. Anhang C) die Dispersionsrelation für die untersten vier Lochsubbänder berechnet (vgl. Abb. 4.5). Diese wurden entsprechend der bei $\mathbf{k}'_{\parallel} = \mathbf{0}$ dominanten Spinorkomponente als hh bzw. lh gekennzeichnet. Außerdem wurde das unterste hh - bzw. lh -Subband mit $hh1$ bzw. $lh1$ bezeichnet. Mit wachsender Lochenergie (entsprechend zunehmend negativen Werten der elektronischen Energie in Abb. 4.5) werden die weiteren hh -Subbänder dann als $hh2$ und $hh3$ benannt.

Qualitativ sind die Resultate für die (001)- und die (113)-Systeme vergleichbar. Mit wachsender Trogbreite nimmt der Energieabstand der Subbänder wegen der abnehmenden Quantisierungsenergie ab. Schon bei relativ kleinen Beträgen des *in-plane*-Wellenvektors $k'_{\parallel} \sim 0.01 \text{ \AA}^{-1}$ tritt eine vermiedene Bandkreuzung der untersten beiden Subbänder auf. Hieran zeigt sich, daß deren Kopplung erheblich ist. Der Verlauf der Dispersionsrelation zeigt aus diesem Grund auch starke Abweichungen von der Parabelform.

Bei genauerer Betrachtung werden deutliche Unterschiede zwischen den Ergebnissen für die beiden Wachstumsrichtungen erkennbar. Zum einen hat die Dispersion für die (001)-Systeme eine höhere Symmetrie. Dies führt zur gleichen Dispersion entlang der Richtungen $[110]$ und $[\bar{1}10]$. Für die (113)-Quantentröge gibt es keine

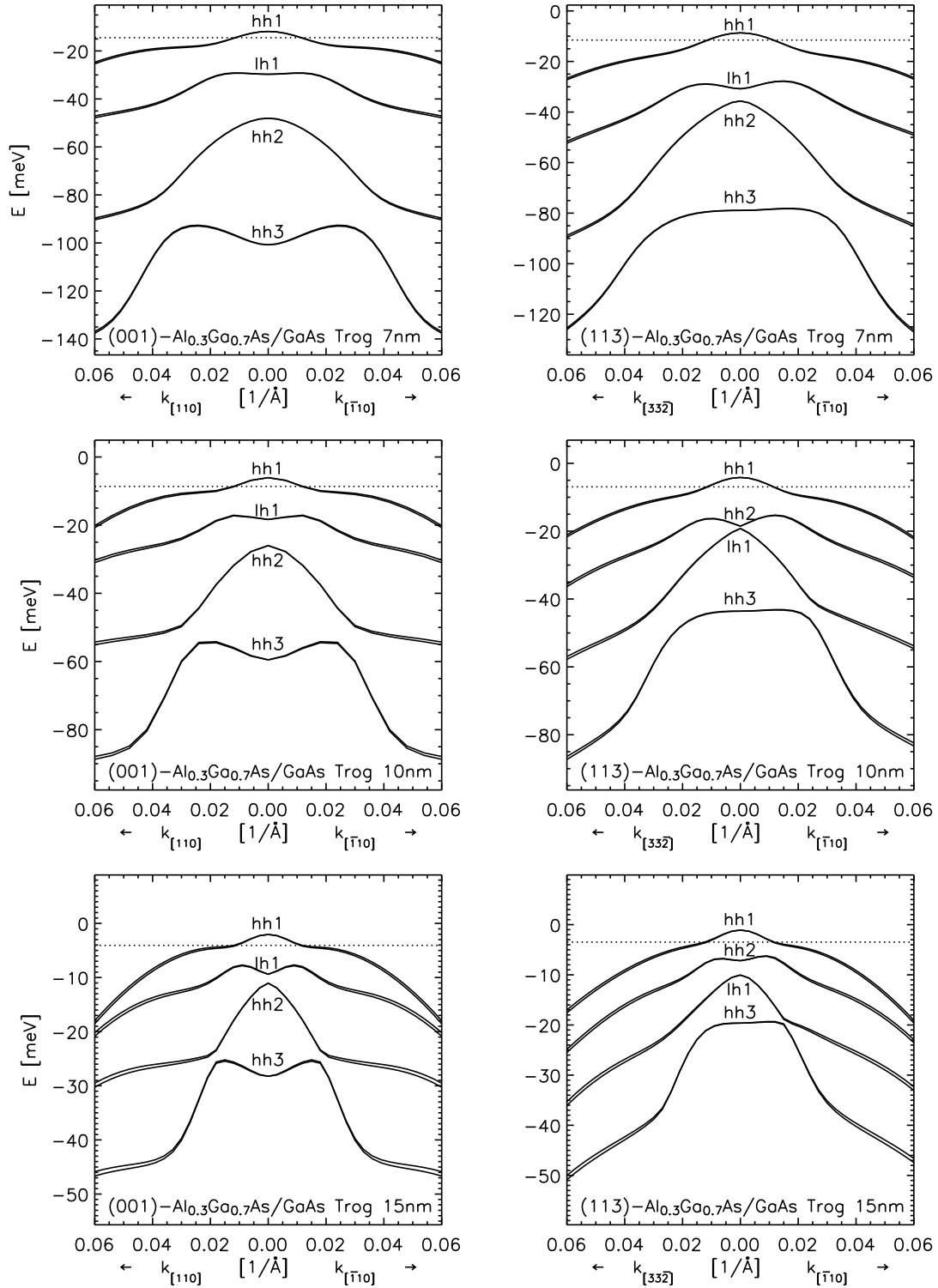


ABBILDUNG 4.5: Dispersionsrelationen der Lochsubbänder in $\text{GaAs}/\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -Quantentrögen für die Wachstumsrichtungen [001] (linke Spalte) und [113] (rechte Spalte) und für die Trogbreiten $L = 7, 10$ und 15 nm (erste, zweite und dritte Zeile). Gezeigt ist jeweils die Dispersion für zwei in-plane-Richtungen. Die gepunktete horizontale Linie zeigt die Lage der Fermienergie für eine Dichte von $n = 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

zueinander senkrechten *in-plane*-Richtungen, die entsprechend äquivalent sind. Des weiteren ist bei quantitativer Betrachtung der Abstand der Subbänder und deren Verlauf durchaus von der Wachstumsrichtung abhängig. Dies führt sogar dazu, daß sich die Abfolge der Subbänder unterscheidet. Während für die (113)-Quantentröge mit zunehmender Trogbreite L die Subbänder $lh1$ und $hh2$ ihre Abfolge tauschen, ändert sich diese bei den (001)-Systemen nicht.

Um zu klären inwieweit das 4×4 -Modell zur Beschreibung der vorliegenden Systeme adäquat ist, wurde auf Basis des 14×14 -Hamiltonian eine Vergleichsrechnung für den (113)-gewachsenen Quantentrog mit $L = 15$ nm durchgeführt. Die Ergebnisse beider Rechnungen unterschieden sich für die untersten beiden Subbänder im Bereich $-0.03 \text{ \AA}^{-1} \leq k'_x, k'_y \leq 0.03 \text{ \AA}^{-1}$ um weniger als 0.4 meV. Das Luttinger-Modell kann daher als hinreichend genau für die betrachteten Systeme angesehen werden.

Absorptionskoeffizienten

Nach dem in Abschnitt 4.2 geschilderten Vorgehen berechnen wir nun für die Systeme von Abb. 4.5 numerisch das Absorptionsspektrum $\alpha(\omega)$, d. h. den Absorptionskoeffizienten als Funktion der Anregungsenergie $\hbar\omega$. Die Ergebnisse für verschiedene Temperaturen werden in Abb. 4.6 gezeigt. Das linke, mittlere und rechte Maximum in den Spektren entspricht jeweils dem Übergang vom untersten Subband $hh1$ ins nächste, übernächste bzw. höchste berechnete Subband.

Vergleicht man die Spektren für die beiden Wachstumsrichtungen, so befinden sich die Absorptionsmaxima bei verschiedenen Werten der Anregungsenergie. Die Ursache dafür sind entsprechende Abweichungen in den Dispersionsrelationen. Beispielsweise findet in (001)-gewachsenen Quantentrögen mit $L = 15$ nm der Übergang $hh1 \rightarrow hh3$ bei $\hbar\omega \sim 22$ meV statt, während für die Wachstumsrichtung [113] das entsprechende Absorptionsmaximum bei $\hbar\omega \sim 17$ meV liegt. Auch die absolute Stärke der einzelnen Absorptionslinien unterscheidet sich für die beiden Wachstumsrichtungen. So ist die Absorption für den Übergang zwischen den beiden untersten Subbändern bei niedrigen Temperaturen für die (001)-Systeme deutlich größer. Im Gegensatz dazu ist für diese Wachstumsrichtung der Übergang $hh1 \rightarrow hh2$ im Vergleich zu den (113)-Quantentrögen deutlich unterdrückt. Dies ist darauf zurückzuführen, daß unter senkrechter Inzidenz für symmetrisch dotierte, (001)-gewachsene Systeme bei Vernachlässigung der k -linearen Beiträge im Luttinger-Hamiltonian dieser Übergang in den beiden niedrigsten Ordnungen (d. h. $\propto k_{\parallel}^0, k_{\parallel}^1$) verboten ist. (Jorda & Rössler,⁹⁰ Petrov & Shik¹³⁶). Man kann sich anhand der Darstellung des transformierten Hamiltonian (vgl. Anhang E) überlegen, daß dieser Übergang für Wachstumsrichtungen mit niedriger Symmetrie schon in erster Ordnung in k'_{\parallel} erlaubt ist.

Die Temperaturabhängigkeit der Absorptionskoeffizienten in dem hier angewand-

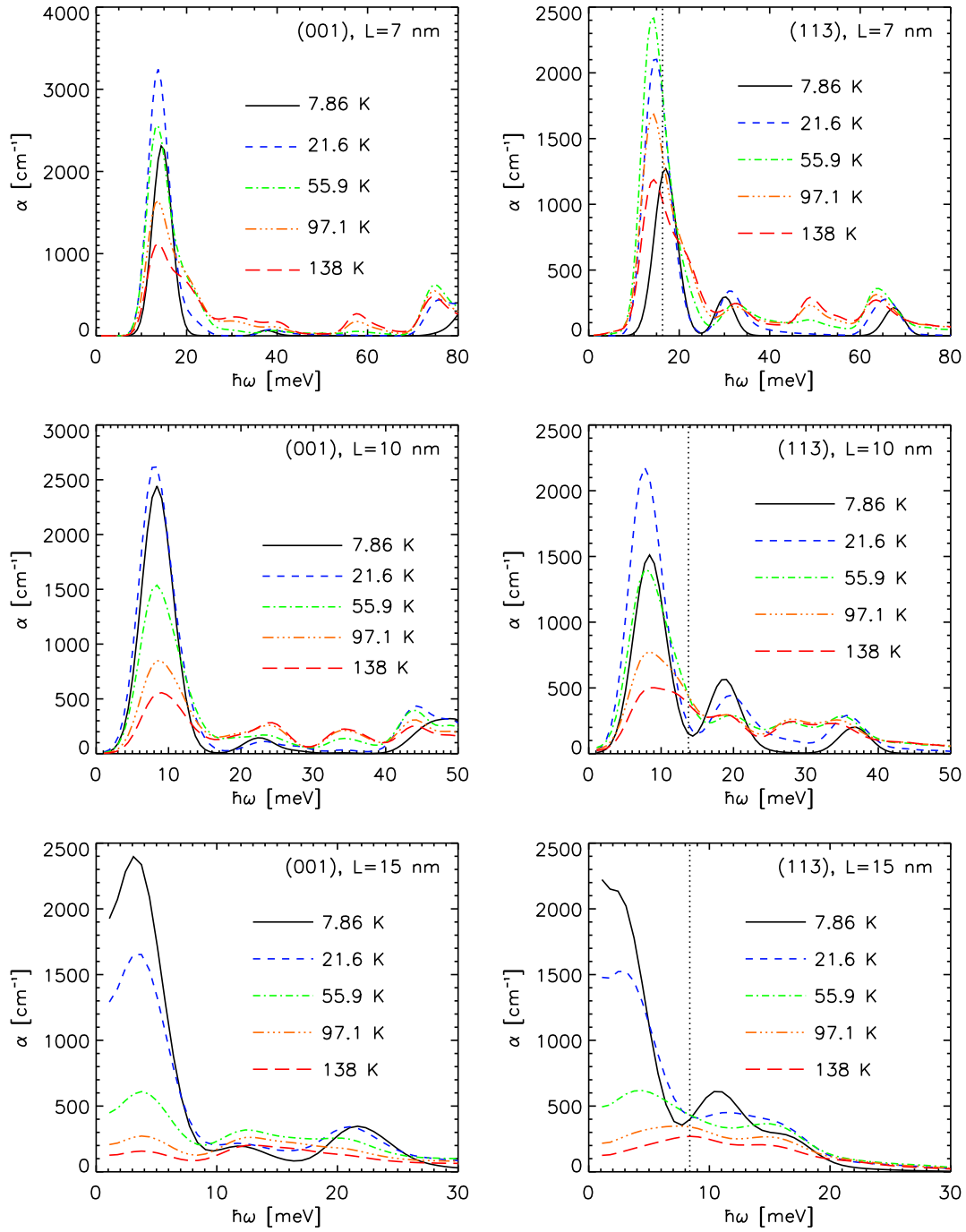


ABBILDUNG 4.6: Absorptionsspektren $\alpha(\omega)$ bei verschiedenen Temperaturen für GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As-Quantentröge mit Breite $L = 7, 10$ und 15 nm (erste, zweite und dritte Zeile) für die Wachstumsrichtungen $[001]$ (linke Spalte) und $[113]$ (rechte Spalte). Die vertikalen, gepunkteten Linien in den Abbildungen der rechten Spalte entsprechen der im Experiment von Ganichev et al.^{61,154} verwendeten Anregungsenergie. In allen Fällen wurde die Auswertung für linear in $[\bar{1}10]$ -Richtung polarisiertes Licht und unter Annahme einer Gaußschen Verbreiterung mit $\Upsilon = 2.47$ meV durchgeführt. Die Lochdichte im Trog beträgt $n = 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

ten Ansatz ist ausschließlich durch die Abhängigkeit von der Fermi-Verteilungsfunktion (vgl. Gl. (4.16)) bedingt. Der hauptsächliche Effekt einer stärkeren Erhöhung der Temperatur T besteht daher in einer Reduktion des Absorptionskoeffizienten, da wegen der Abnahme (Zunahme) der Besetzung der Anfangszustände (Endzustände) der Unterschied der Besetzungswahrscheinlichkeiten abnimmt. Dies erklärt die im allgemeinen beobachtete Abnahme der Stärke der Absorptionslinien mit zunehmender Temperatur. Dieser Effekt dominiert das Verhalten der Absorption im Bereich $T \gtrsim 40\text{--}70\text{ K}$ (je nach Trogbreite). Daneben werden jedoch schon bei weit geringeren Temperaturen im Bereich von wenigen Kelvin auch Zustände oberhalb der Fermikante besetzt. Dies führt dazu, daß auch Zustände außerhalb der Fermikontur an Übergängen beteiligt sein können. Beispielhaft wollen wir dies für den (113)-Quantentrog mit $L = 7\text{ nm}$ genauer erläutern, da hier mit wachsendem T der Übergang $hh1 \rightarrow lh1$ (Übergangsenergie etwa 15 meV) im Bereich niedriger Temperaturen deutlich an Stärke zunimmt (vgl. Abb. 4.6 und Abb. 4.9 auf S. 93). Um das Resultat genauer zu verstehen, betrachten wir die im Ausdruck für den Absorptionskoeffizienten auftauchende Verbreiterungsfunktion Δ^G (vgl. Gl. (4.15)) als Funktion des *in-plane*-Wellenvektors \mathbf{k}'_{\parallel} bei fester Anregungsenergie $\hbar\omega$. Der Wert von Δ^G ist im \mathbf{k}'_{\parallel} -Raum dort maximal, wo für das gegebene $\hbar\omega$ und den gewählten Übergang die Resonanzbedingung erfüllt bzw. die Energie erhalten bleibt. Für die drei (113)-gewachsenen Quantentröge zeigen wir in Abb. 4.7 Δ^G als Funktion von \mathbf{k}'_{\parallel} für den Übergang vom untersten zu den beiden nächsthöheren Subbändern bei den im Experiment verwendeten Anregungsenergien $\hbar\omega$ (vgl. Tab. auf S. 92).

Für den Trog mit $L = 7\text{ nm}$ verschwindet Δ^G für den Übergang zum übernächsten Subband, so daß nur der Übergang zum nächsthöheren Subband ($hh1 \rightarrow lh1$) möglich ist. Es ist gut erkennbar, daß knapp außerhalb der Fermikontur ein Bereich mit großen Werten der Verbreiterungsfunktion existiert. Der Absorptionskoeffizient ist bei $T = 0$ bzw. niedrigen Temperaturen relativ klein, da dann nur Wellenvektoren innerhalb der Fermikontur zu Übergängen beitragen können. Die mit wachsendem T zunehmende Besetzung von Zuständen oberhalb der Fermienergie führt daher dazu, daß der Bereich mit großen Werten von Δ^G verstärkt zur Absorption beiträgt. Damit kommt es zu dem Anstieg der Absorption mit wachsender Temperatur. Mit dieser Argumentation läßt sich zusätzlich die beobachtete Verschiebung des Absorptionsmaximums zu kleineren $\hbar\omega$ bei Erhöhung der Temperatur verstehen. Die dabei zusätzlich zur Absorption beitragenden Zustände knapp außerhalb der Fermikontur haben nämlich einen geringeren Energieabstand und führen so zu einer Rotverschiebung im Absorptionsspektrum.

Ähnliche Effekte treten — wenn auch weniger ausgeprägt — bei dem System mit $L = 10\text{ nm}$ auf. Für die experimentelle Anregungsenergie tritt bei diesem System erst für $T \gtrsim 20\text{ K}$ ein Anstieg von α auf (vgl. Abb. 4.9). Das stimmt gut damit überein, daß der Wert von Δ^G in Abb. 4.7 an der Fermikontur sehr klein ist und erst mit größerem Abstand wieder deutlich ansteigt. Um Zustände in diesem Bereich

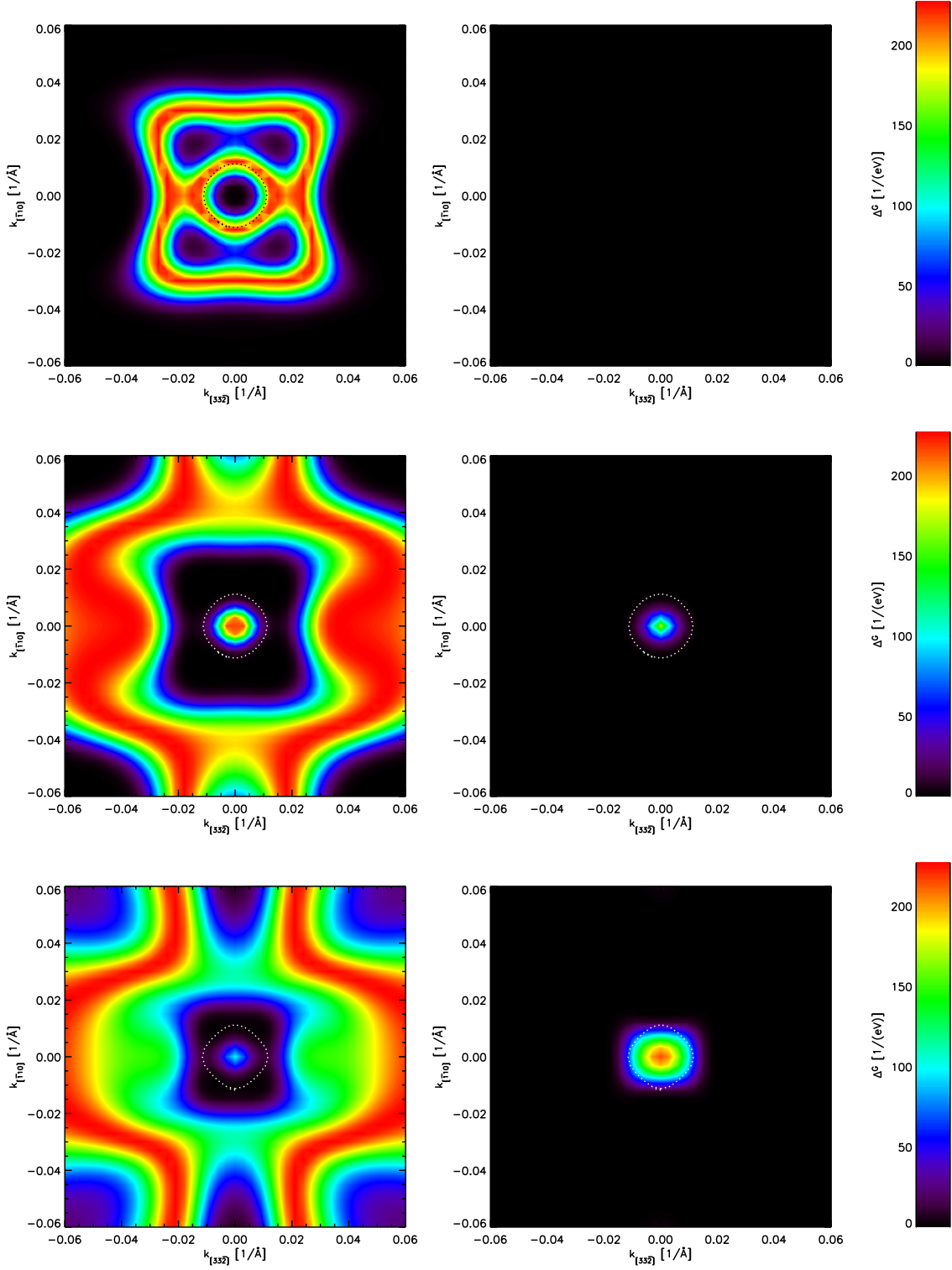


ABBILDUNG 4.7: Verbreiterung Δ^G in der \mathbf{k}' -Ebene für den Übergang vom untersten ins nächsthöhere (linke Spalte) bzw. übernächste Subband (rechte Spalte) bei der jeweils im Experiment von Ganichev et al. verwendeten Anregungsenergie $\hbar\omega$. Gezeigt werden die Ergebnisse für die Tröge mit $L = 7, 10$ und 15 nm (oben, mitte, unten) und Wachstumsrichtung $[113]$. Der Wert des (Gaußschen) Verbreiterungsparameters ist $\Upsilon = 2.47$ meV. Die gepunktete Linie zeigt die Fermikontur für eine Dichte von $n = 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$.

zu besetzen, sind höhere Temperaturen (oberhalb von etwa 20 K) erforderlich.

Wie in Abb. 4.9 zu sehen ist, tritt für den breitesten Quantentrog ($L = 15$ nm) schon bei relativ niedrigen Temperaturen $T \gtrsim 40$ K eine erneute Verringerung des Absorptionskoeffizienten ein. Grund dafür ist die schneller Abnahme des Unterschieds der Besetzungswahrscheinlichkeit von Anfangs- und Endzustand mit wachsender Temperatur wegen des im Vergleich zu schmälere Trögen geringeren Subbandabstands. Verglichen mit den anderen Proben tritt außerdem bei niedrigen Temperaturen nur eine erheblich geringere Variation des Absorptionskoeffizienten auf.

Auswirkung verschiedener Parameter

Die bisher diskutierten Resultate wurden für linear in $[\bar{1}10]$ -Richtung polarisiertes Licht berechnet. Um den Einfluß der Lichtpolarisation näher zu untersuchen, wird in Abb. 4.8 das schon diskutierte Absorptionsspektrum des (113)-Quantentrog mit $L = 7$ nm für die Fälle der Bestrahlung mit linear in $[\bar{1}10]$ - bzw. $[33\bar{2}]$ -Richtung polarisiertem Licht gezeigt. Beim Übergang $hh1 \rightarrow hh2$ ($\hbar\omega \approx 28$ meV) ergeben sich sehr große Unterschiede. Für den hier in erster Linie interessanten Übergang $hh1 \rightarrow lh2$ ($\hbar\omega \approx 18$ meV) ist die Diskrepanz nicht ganz so hoch. Bei der im Experiment verwendeten Anregungsenergie von $\hbar\omega = 16.3$ meV beträgt der Unterschied etwa 30 %.

Für zirkular polarisiertes Licht ist der Absorptionskoeffizient unabhängig von der Helizität und gleich dem Mittelwert der Ergebnisse für die beiden aufeinander senkrecht stehenden linearen Polarisationsrichtungen. Letzteres kann man gut mit der Beziehung

$$V_{+\pi/2}^{ea} + V_{-\pi/2}^{ea} = V_{0,x'}^{ea} + V_{0,y'}^{ea}$$

verstehen, wobei $V_{\pm\pi/2}^{ea}$ das Betragsquadrat des Übergangsmatrixelements für zirkular polarisiertes Licht und $V_{0,x'(y')}^{ea}$ die entsprechende Größe für lineare Polarisation in x' - bzw. y' -Richtung ist. Diese Gleichung läßt sich durch kurze Rechnung aus den Gln. (4.10) und (4.11) gewinnen.

Zusätzlich zu diesen Betrachtungen wurde noch eine Vergleichsrechnung durchgeführt, in der die k -linearen Beiträge im Luttinger-Hamiltonian vernachlässigt werden, d. h. $C = 0$. Diese Näherung wurde in allen uns bekannten Arbeiten zur Berechnung von Absorptionskoeffizienten angewandt. Sie führt zur Entartung der spinaufgespaltenen Lochsubbänder, d. h. die (kleine) Spinaufspaltung wird vernachlässigt (Ferreira & Bastard⁵⁷). Im Absorptionsspektrum führt dies im Vergleich mit dem entsprechenden Resultat für $C \neq 0$ zu einer geringen Blauverschiebung um etwa 1 meV. Die Berücksichtigung dieses Beitrags ist also nicht unbedingt notwendig. In einigen noch durchzuführenden Auswertungen werden wir daher von dieser Vereinfachung Gebrauch machen.

Ein weiterer Punkt, der bislang nicht diskutiert wurde, ist der für bisher alle

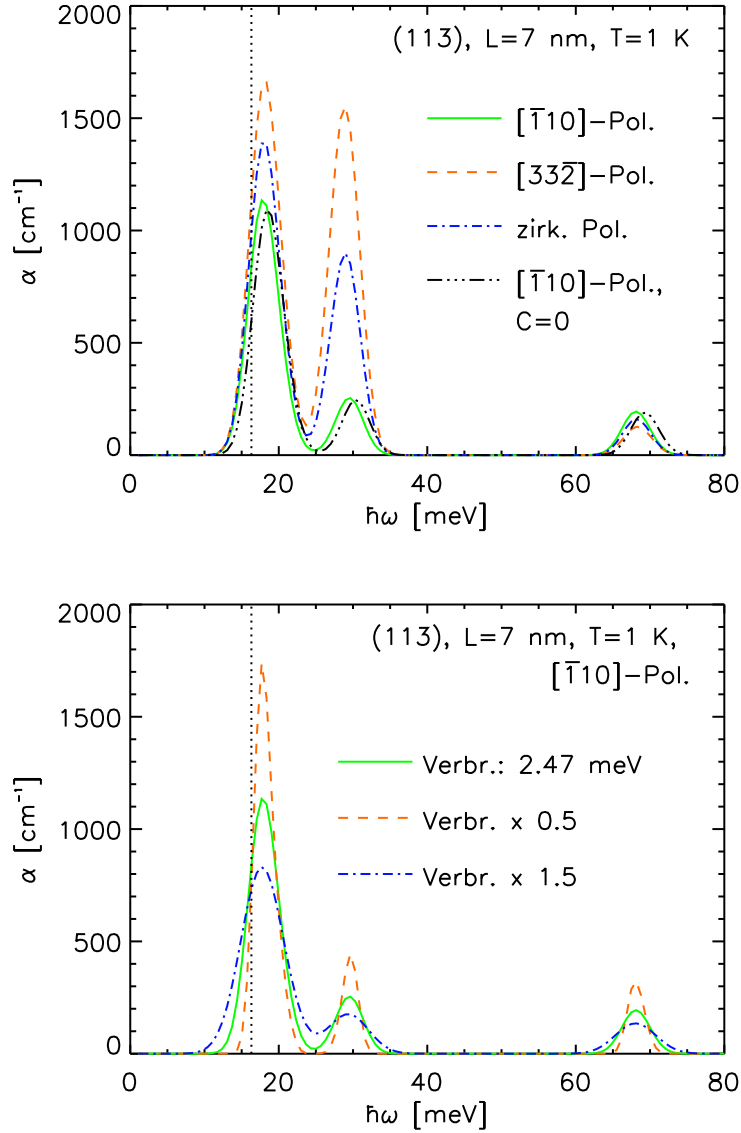


ABBILDUNG 4.8: Vergleich der Absorptionsspektren $\alpha(\omega)$ für verschiedene Lichtpolarisationen und Verbreiterungen. Alle Berechnungen erfolgten für einen (113) -GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As-Quantentrog mit $L = 7$ nm bei $T = 1$ K. Die obere Grafik zeigt die Spektren für lineare Polarisation in $[\bar{1}10]$ - und $[33\bar{2}]$ -Richtung sowie für zirkuläre Polarisation (identisch für rechts- bzw. linkszirkular). Zusätzlich eingezeichnet ist $\alpha(\omega)$ für $[\bar{1}10]$ -Polarisation unter Vernachlässigung der k -linearen Terme im Luttinger Hamiltonian ($C = 0$). Im unteren Plot ist $\alpha(\omega)$ für $[\bar{1}10]$ -Polarisation mit Gaußscher Verbreiterung $\Upsilon = 2.47$ meV sowie für das 1.5-fache und die Hälfte dieses Wertes angegeben. Die vertikalen, gepunkteten Linien in den Abbildungen entsprechen der im Experiment von Ganichev et al.^{61,154} verwendeten Anregungsenergie.

Ergebnisse verwendete Wert $\Upsilon = 2.47 \text{ meV}$ für den (Gaußschen) Verbreiterungsparameter. Dieser entspricht dem von Kolokolov *et al.*¹⁰⁵ sowie von Sooryakumar *et al.*¹⁶³ verwendeten Wert und ist im Bereich der von anderen Autoren^{27,176} verwendeten Parameter.

Um die Abhängigkeit des Absorptionskoeffizienten von Υ zu untersuchen, haben wir für das bereits behandelte System eine Rechnung mit $\Upsilon = 2.47 \text{ meV}$ und mit dem 1.5-fachen sowie 0.5-fachen dieses Wertes durchgeführt. Wie an der Darstellung der daraus erhaltenen Absorptionsspektren in Abb. 4.8 erkennbar wird, vergrößert sich die Höhe der Absorptionslinien mit abnehmendem Υ , während deren Breite abnimmt. Für ein System, in dem nur einzelne, isolierte Übergänge möglich sind, wäre die Linienbreite direkt proportional zu Υ und die Höhe entsprechend indirekt proportional dazu. Im vorliegenden Fall ist jedoch bei vielen verschiedenen Werten des *in-plane*-Wellenvektors ein Übergang denkbar, so daß diese in einem Kontinuum von Anregungsenergien möglich sind. Dies führt selbst im Grenzfall $\Upsilon \rightarrow 0$ zur Absorption in einem endlich breiten Intervall von Anregungsenergien.¹³⁶ Deshalb ist der Einfluß des Wertes von Υ hier nicht so stark, wie es im erwähnten Spezialfall eines isolierten Übergangs zu erwarten wäre. Die Höhe des Absorptionsmaximums verringert sich daher bei Verdreifachung von Υ nur um etwa einen Faktor zwei. Für die im Experiment von Ganichev *et al.* verwendete Anregungsenergie vermindert sich der Absorptionskoeffizient sogar nur um etwa 20 %. Die mangelnde Kenntnis eines genauen Verbreiterungsparameters hat also nur beschränkten Einfluß auf das Ergebnis für den Absorptionskoeffizienten.

Die Diskussion des Einflusses verschiedener Parameter kann damit als abgeschlossen betrachtet werden, so daß wir im folgenden aus der Kombination von experimentellen Sättigungsintensitäten und theoretisch berechneten Absorptionskoeffizienten die SRs-Zeiten erhalten können.

4.3 Spinrelaxation von Löchern in Quantentrögen

4.3.1 Extraktion von Spinrelaxationszeiten

Als erster Schritt zur Extraktion der SRs-Zeiten von Löchern in den von Ganichev *et al.* untersuchten *p*-dotierten (113)-Quantentrögen wird die Temperaturabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten für die jeweilige experimentelle Anregungsenergie berechnet. Die für die verschiedenen Quantentröge verwendeten Anregungswellenlängen λ bzw. -energien $\hbar\omega = hc/\lambda$ sind in folgender Tabelle angegeben:

L [nm]	λ [μm]	$\hbar\omega$ [meV]
7	76	16.3
10	90	13.8
15	148	8.4

Die Ergebnisse für α bei diesen Anregungsenergien sind in Abb. 4.9 als Funktion der Temperatur gezeigt. Die Temperaturabhängigkeit und ihre Ursachen wurden bereits in Abschnitt 4.2.4 erläutert.

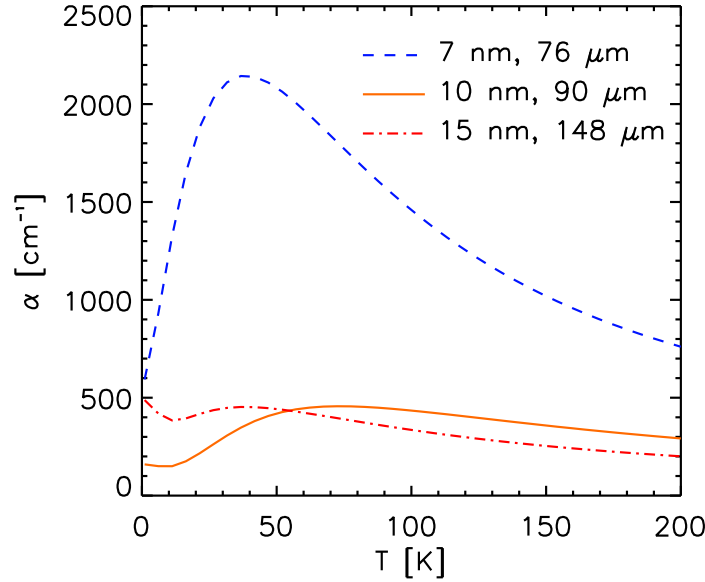


ABBILDUNG 4.9: Berechnete Absorptionskoeffizienten α als Funktion der Temperatur T für die im Experiment von Ganichev et al. verwendeten (113)-GaAs/ $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -Quantentröge mit Trogbreiten $L = 7, 10$ bzw. 15 nm und zugehörigen Anregungswellenlängen $\lambda = 76, 90$ bzw. 148 μm . Die Auswertung erfolgte für linear in $[\bar{1}10]$ -Richtung polarisiertes Licht und unter Annahme einer Gaußschen Verbreiterung mit $\Upsilon = 2.47$ meV. Außerdem wurden die k -linearen Terme im Luttinger-Hamiltonian vernachlässigt ($C = 0$).

Die gemessene Sättigungsintensität für lineare Polarisation von Abb. 4.4 ergibt nach Gl. (4.7) direkt den Wert von I_{se} . Daraus erhält man mit der experimentellen Sättigungsintensität für zirkuläre Polarisation, die nach Gl. (4.8a) durch $(I_{se}^{-1} + I_{ss}^{-1})^{-1}$ gegeben ist, schließlich den Wert von I_{ss} . Mit Gl. (4.8b) berechnet man daraus die SRs-Zeit

$$\tau_s = \frac{\hbar\omega n}{\alpha L I_{ss}}. \quad (4.24)$$

Durch Einsetzen der Absorptionskoeffizienten aus Abb. 4.9 erhält man die in Abb. 4.10 angegebenen Ergebnisse für die SRs-Zeit als Funktion der Temperatur und der Trogbreite (Schneider et al.,¹⁵⁴ Kainz et al.⁹³). Die in einer früheren Arbeit von Ganichev et al.⁶¹ bereits für eine Trogbreite ($L = 15$ nm) ermittelten τ_s beruhen auf Berechnungen von α durch Vorobjev et al.¹⁷⁶ für (001)-orientierte Proben. Sie stimmen für tiefe Temperaturen mit den in Abb. 4.10 angegebenen Resultaten überein. Bei höheren Temperaturen ergeben sich geringere Werte für τ_s , die darauf

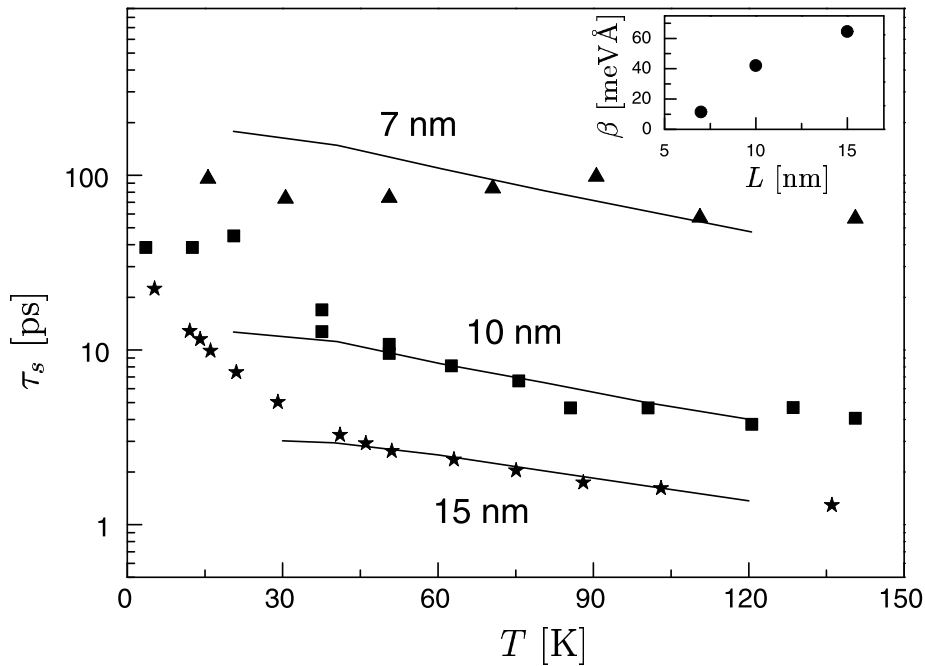


ABBILDUNG 4.10: Aus dem Experiment von Ganichev et al. mittels berechneter Absorptionskoeffizienten (Abb. 4.9) extrahierte Spinrelaxationszeiten τ_s von Löchern in (113)-gewachsenen GaAs/ $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -Quantentrögen als Funktion der Temperatur T für verschiedene Trogbreiten $L = 7, 10$ und 15 nm. Die durchgezogenen Linien zeigen die von Glazov & Golub⁷⁰ theoretisch berechneten SRs-Zeiten unter Annahme eines D'yakonov-Perel'-artigen SRs-Mechanismus. Dabei wurde der Loch-Spinaufspaltungsparameter β als Fitparameter benutzt (siehe Inset). (aus: Schneider et al.¹⁵⁴)

zurückzuführen sind, daß in Ref. 176 die Dispersion nur in einem kleinen Wellenvektorbereich berechnet wurde, so daß die Besetzung von Zuständen weit weg von der Fermikante nicht berücksichtigt werden kann (Golub⁷³).

Die SRs-Zeit ist erheblich von der Trogbreite abhängig. Bei höheren Temperaturen bewirkt eine Verdopplung der Trogbreite eine Reduktion von τ_s um fast zwei Größenordnungen, während bei niedrigen Temperaturen der Unterschied deutlich geringer ist. Die Variation von τ_s mit T ist beim schmalsten Trog mit $L = 7$ nm gering, während bei den breiteren Systemen eine erhebliche Abnahme festgestellt wurde.

4.3.2 Spinrelaxationsmechanismen

Die SR von Löchern kann in ähnlicher Art und Weise wie die elektronische behandelt werden. Die Spinpolarisation im p -dotierten System kann sowohl bei der Impulsstreuung durch einen EY-ähnlichen Mechanismus zerstört werden als auch durch

Präzession im effektiven Feld einer DP-artigen Relaxation unterliegen (Ferreira & Bastard^{56, 57}).

Die von Schneider *et al.*¹⁵⁴ aus der gemessenen Beweglichkeit ermittelten Impulsstreuzeiten τ_p liegen in der gleichen Größenordnung oder sogar oberhalb der ermittelten τ_s . Damit scheidet der EY-Mechanismus als der die SR dominierende Mechanismus aus, da die Grundidee dabei die Umkehrung des Spins im Verlauf vieler Streuvorgänge ist. Allenfalls wäre noch ein durch Loch-Loch-Streuung kontrollierter EY-Mechanismus denkbar, der jedoch nur in asymmetrischen Trögen möglich ist (Glazov & Golub^{70, 154}).

Für die DP-SR von Löchern ermitteln Glazov & Golub^{70, 154} die SRs-Rate

$$\frac{1}{\tau_s} = \left(\frac{\beta}{\hbar} \right)^2 k_F^2 \tau^*, \quad (4.25)$$

wobei β der k'_{\parallel} -lineare Spinaufspaltungsparameter des $hh1$ -Subbands ist, so daß

$$E_{hh1,\uparrow}^{k'_{\parallel}} - E_{hh1,\downarrow}^{k'_{\parallel}} = 2\beta k'_{\parallel}.$$

Die Streuzeit τ^* beinhaltet sowohl Impulsstreuung als auch die bei der Messung der Beweglichkeit nicht erfaßte Loch-Loch-Streuung. Letztere dominiert nach den Berechnungen von Glazov & Golub den Wert von τ^* , das damit erheblich kleiner als das experimentelle τ_p ist. Basierend auf den Ergebnissen für τ^* berechnen diese Autoren nach Gl. (4.25) die SRs-Zeit als Funktion der Temperatur für verschiedene Trogbreiten. Dabei wird β als Fitparameter benutzt. Die Ergebnisse für τ_s und die Werte für den Fitparameter β sind in Abb. 4.10 angegeben. Sie stimmen im Rahmen der zu erwartenden Ungenauigkeiten gut mit den aus dem Experiment extrahierten Resultaten überein.

Bei der Extraktion der SRs-Zeiten wurde bisher davon ausgegangen, daß aufgrund von optischen Auswahlregeln bei Anregung mit zirkular polarisiertem Licht eine vollständige Spinorientierung erzeugt wird. Die Frage, ob bzw. in welchem Umfang diese Annahme berechtigt ist, soll im folgenden näher untersucht werden.

4.4 Auswahlregeln für Intersubband-Übergänge

Die Existenz einer Spinorientierung bei der optischen Anregung ist für die im vorigen Abschnitt diskutierten Spin-Effekte unerlässlich. Weniger erheblich ist dagegen, ob eine vollständige oder nur eine überwiegende Spinausrichtung erfolgt.

Durch die Betrachtung von Symmetrieeigenschaften des Systems lassen sich unter Umständen Auswahlregeln ableiten, die die (qualitative) Frage nach der Existenz eines Übergangs klären. Falls jedoch keine Auswahlregel existiert, muß zur Klärung der Frage nach dem quantitativen Gewicht einzelner Übergänge eine weitergehende Untersuchung mit störungstheoretischen oder numerischen Methoden erfolgen.

Im folgenden wollen wir daher einen pragmatischen Standpunkt einnehmen und die Möglichkeiten und Grenzen exakter Auswahlregeln aufzeigen. Für weitergehende Betrachtungen kommen numerische Methoden zum Einsatz.

4.4.1 Löcher in (001)-gewachsenen Quantentrögen

Die Frage nach Auswahlregeln in p -dotierten Systemen mit Wachstumsrichtung [001] wurde bereits von einigen Autoren (Uenoyama & Sham,¹⁷² Jorda & Rössler,⁹⁰ Petrov & Shik¹³⁶) behandelt. Dabei wird das System durch den Luttinger-Hamiltonian (vgl. Anhang A) unter Vernachlässigung der k -linearen Terme beschrieben ($C = 0$). Für den Fall $C \neq 0$ kann keine Auswahlregel mehr angegeben werden, da alle Übergänge erlaubt sind. Wegen der Kleinheit der entsprechenden Beiträge sind die zugehörigen Übergänge jedoch nur schwach.⁹⁰ Wir schließen uns diesem Vorgehen an und betrachten nach Uenoyama & Sham¹⁷² das Transformationsverhalten des 4×4 -Hamiltonian unter der Paritätsoperation (Spiegelung an der (001)-Ebene)

$$z \rightarrow -z \quad (4.26)$$

und erhalten

$$H(\mathbf{k}) \sim \begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}, \quad (4.27)$$

wobei die Plus- bzw. Minuszeichen das Transformationsverhalten des jeweiligen Terms unter der Operation (4.26) anzeigen und wie bisher die Basis $|hh \uparrow\rangle$, $|lh \uparrow\rangle$, $|lh \downarrow\rangle$, $|hh \downarrow\rangle$ verwendet wurde.

Betrachten wir einen symmetrischen Quantentrog, so bleibt die Darstellung erhalten. Deswegen können jeweils Paare von entarteten Eigenzuständen so gewählt werden, daß deren Enveloppenfunktionen alternierende Parität besitzen. Für das Transformationsverhalten dieser Eigenzustände schreibt man damit

$$|+\rangle \sim \begin{pmatrix} + \\ - \\ + \\ - \end{pmatrix}, \quad |-\rangle \sim \begin{pmatrix} - \\ + \\ - \\ + \end{pmatrix}. \quad (4.28)$$

Bei Bestrahlung in senkrechter Inzidenz führen die Terme proportional zu $\hat{\mathbf{e}}_z$ im Geschwindigkeitsoperator (4.19) nicht zu Übergängen, so daß der Übergangsoperator $\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}_{\parallel}) \cdot \mathbf{e}_{\parallel}$ ($\mathbf{e}_{\parallel} = \hat{\mathbf{e}}_{\text{pol}}$ für lineare und $\sqrt{2}\mathbf{e}_{\parallel} = \hat{\mathbf{e}}_x \pm i\hat{\mathbf{e}}_y$ für zirkuläre Polarisation) die gleiche Paritätsstruktur wie der Hamiltonian hat:

$$\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}_{\parallel}) \cdot \mathbf{e}_{\parallel} \sim \begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}. \quad (4.29)$$

Man kann sich leicht überlegen, daß Übergänge zwischen Zuständen $|+\rangle$ und $|-\rangle$ wegen

$$\langle + | \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}_{\parallel}) \cdot \mathbf{e}_{\parallel} | - \rangle = 0 \quad (4.30)$$

(Paritäts-)verboten sind. Folglich resultiert die Auswahlregel

$$\begin{aligned} |+\rangle &\leftrightarrow |+\rangle, \\ |-\rangle &\leftrightarrow |-\rangle, \end{aligned}$$

d. h. Übergänge sind nur zwischen Zuständen mit gleichem Paritätsmuster erlaubt.

Für kleine *in-plane*-Wellenvektoren können die Subbandzustände nach der dominanten Spinorkomponente klassifiziert werden. Da die dominante Spinorkomponente der *hh1*- und *lh1*-Subbandzustände gerade Parität besitzt, stellt man fest, daß:

$$\begin{aligned} |hh1 \uparrow\rangle, |lh1 \downarrow\rangle &\sim |+\rangle \\ |hh1 \downarrow\rangle, |lh1 \uparrow\rangle &\sim |-\rangle. \end{aligned}$$

Die Zustände des *i*-ten *heavy-hole*- oder *light-hole*-Subbands haben im Vergleich mit denen in *hh1* bzw. *lh1* für ungerade *i* das gleiche und für gerade *i* das umgekehrte Paritätsmuster.

Zwischen den untersten *heavy*- und *light-hole*-Subbändern sind demnach nur die Übergänge

$$\begin{aligned} |hh1 \uparrow\rangle &\leftrightarrow |lh1 \downarrow\rangle, \\ |hh1 \downarrow\rangle &\leftrightarrow |lh1 \uparrow\rangle \end{aligned}$$

möglich. Im Hinblick auf die *z*-Komponente *m* des Gesamtdrehimpulses[†] entspricht dies einer Auswahlregel $\Delta m = \pm 2$.

Dieses Ergebnis ist in Übereinstimmung mit einer störungstheoretischen Behandlung von Petrov & Shik,¹³⁶ aus der sich weitere Aussagen ableiten lassen: Für kleine k_{\parallel} und Zustände in den *hh1*- und *lh1*-Subbändern kann die Struktur des Spinors folgendermaßen dargestellt werden:

$$|hh1 \uparrow\rangle \sim \begin{pmatrix} +, & k_{\parallel}^0 \\ -, & k_{\parallel}^1 \\ +, & k_{\parallel}^2 \\ -, & k_{\parallel}^3 \end{pmatrix}, \quad |hh1 \downarrow\rangle \sim \begin{pmatrix} -, & k_{\parallel}^3 \\ +, & k_{\parallel}^2 \\ -, & k_{\parallel}^1 \\ +, & k_{\parallel}^0 \end{pmatrix}, \quad (4.31a)$$

$$|lh1 \uparrow\rangle \sim \begin{pmatrix} -, & k_{\parallel}^1 \\ +, & k_{\parallel}^0 \\ -, & k_{\parallel}^3 \\ +, & k_{\parallel}^2 \end{pmatrix}, \quad |lh1 \downarrow\rangle \sim \begin{pmatrix} +, & k_{\parallel}^2 \\ -, & k_{\parallel}^3 \\ +, & k_{\parallel}^0 \\ -, & k_{\parallel}^1 \end{pmatrix}, \quad (4.31b)$$

[†]Hierbei werden alle \mathbf{k}_{\parallel} -Zustände eines Subbands entsprechend dem Wert von *m* bei $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}$ bezeichnet.

wobei $+$, k_{\parallel}^j bzw. $-$, k_{\parallel}^j eine Enveloppenfunktion mit positiver bzw. negativer Parität bezeichnet, deren Zumischung zum dominanten Zustand proportional zu k_{\parallel}^j ist.

Wie wir zeigen werden, ist das Übergangsmatrixelement für den Übergang zwischen $hh1$ und $lh1$ proportional zu k_{\parallel} , d. h. die Anregung ist nur für $k_{\parallel} \neq 0$ möglich. In asymmetrischen Strukturen ist die hier bisher durchgeführte Klassifikation nach dem Paritätsmuster der Spinorkomponenten nicht mehr möglich. In diesem Fall wird zusätzlich der Übergang mit $|\Delta m| = 1$ erlaubt und ist für genügend kleine k_{\parallel} der dominante Übergang, da das entsprechende Matrixelement für $k_{\parallel} = 0$ nicht verschwindet.¹³⁶

Wir kehren nun zu symmetrischen Strukturen zurück und verallgemeinern obigen Ansatz für den Fall der Anregung mit zirkular polarisiertem Licht. Zur Demonstration des Prinzips berechnen wir das Matrixelement für den $\Delta m = +2$ -Übergang $|hh1 \downarrow\rangle \rightarrow |lh1 \uparrow\rangle$:

$$\langle lh1 \uparrow | \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}_{\parallel}) \cdot \mathbf{e}_{\pm} | hh1 \downarrow \rangle \propto k_{\parallel}^0 \mathbf{v}_D \mathbf{e}_{\pm} + \mathcal{O}(k_{\parallel}^3), \quad (4.32)$$

wobei das positive (negative) Vorzeichen für rechtszirkular (linkszirkular) polarisierte Anregung steht und man nach Gleichung (4.19e) für das Matrixelement \mathbf{v}_D des Geschwindigkeitsoperators folgende Vereinfachung durchführen kann:

$$\mathbf{v}_D \cdot \mathbf{e}_{\pm} = \frac{\varepsilon}{\hbar} \sqrt{3} [(\gamma_2 - \gamma_3)k_+(1 \mp 1) + (\gamma_2 + \gamma_3)k_-(1 \pm 1)]. \quad (4.33)$$

Da üblicherweise γ_2 und γ_3 ähnlich groß sind, ist der hier besprochene Übergang für rechtszirkular polarisiertes Licht erheblich wahrscheinlicher als für linkszirkular polarisiertes. Für den entsprechenden Übergang mit $\Delta m = -2$ ist es umgekehrt. Ebenso läßt sich zeigen, daß für linear polarisiertes Licht beide Übergänge mit $|\Delta m| = 2$ gleich wahrscheinlich sind.

Im vorliegenden Fall läßt sich also bei Beleuchtung mit Licht beliebiger Polarisation die strenge Auswahlregel $|\Delta m| = 2$ angeben, wohingegen die „Auswahlregel“ $\Delta m = +2$ für rechtszirkular polarisiertes Licht nur näherungsweise gilt.

4.4.2 Löcher in symmetrischen Quantentrögen mit anderen Wachstumsrichtungen

Das eben demonstrierte Vorgehen verallgemeinern wir nun auf beliebige Wachstumsrichtungen, wobei der Schwerpunkt auf symmetrischen, (113)-gewachsenen Quantentrögen liegt. Die Argumentation ist jedoch für andere Richtungen analog anwendbar.

Wir betrachten den transformierten Luttinger-Hamiltonian $H'(\mathbf{k}')$ (vgl. Gl. (E.8) in Anhang E), wobei wir wieder $C = 0$ setzen. Für die Hochsymmetrierichtung [001] ist der Hamiltonian im Zentrum der Brillouinzone diagonal, was zumindest dort die eindeutige Klassifikation der Zustände als hh bzw. lh erlaubt. Für die angenommene Wachstumsrichtung mit niedriger Symmetrie gibt es selbst für $\mathbf{k}'_{\parallel} = \mathbf{0}$ nichtdiagonale

Einträge im Hamiltonian, die eine Mischung der hh - und lh -Komponenten erzeugen, so daß eine strenge Klassifikation der Zustände nicht mehr möglich ist. Da H' für $\mathbf{k}'_{\parallel} = \mathbf{0}$ proportional zu $k_z'^2$ bzw. $\propto -\partial_z'^2$ ist, kann die Mischung der hh - und lh -Komponenten unabhängig von der Trogbreite durch numerische Diagonalisierung der Matrix $H'([0, 0, k_z'])/k_z'^2$ mit Hilfe von MAPLE¹²² bestimmt werden. Anhand der Struktur des Hamiltonian wird auch erkennbar, daß alle Spinorkomponenten der $hh1$ - und $lh1$ -Subbandzustände für $\mathbf{k}'_{\parallel} = \mathbf{0}$ gerade Parität besitzen. Es ergibt sich die folgende Struktur der Spinoren für $hh1 \downarrow$ bzw. $lh1 \uparrow$:

$$|hh1 \downarrow\rangle \sim \begin{pmatrix} +, & 0 \\ +, & \varepsilon_2^h \\ +, & \varepsilon_1^h \\ +, & 1 \end{pmatrix}, \quad |lh1 \uparrow\rangle \sim \begin{pmatrix} +, & \varepsilon_1^l \\ +, & 1 \\ +, & 0 \\ +, & \varepsilon_2^l \end{pmatrix}. \quad (4.34)$$

Dabei bezeichnet $+, 1$ die dominante Spinorkomponente mit gerader Parität. Dem zugehörigen Zustand werden andere Spinorkomponenten mit gleicher Parität und relativer Größe $\varepsilon_{1,2}^{l,h}$ zugemischt. Unter Verwendung der Luttinger-Parameter für GaAs ergibt sich für die Wachstumsrichtung $[113]$ die relative Zumischung von lh -Komponenten zu einem $hh1$ -Zustand zu $\varepsilon_1^h \approx 8\%$ und $\varepsilon_2^h \approx 2\%$. Für die hh -Anteile in einem $lh1$ -Zustand ergeben sich entsprechend die gleichen Werte für ε_1^l und ε_2^l .

Die Betrachtung des transformierten Luttinger-Hamiltonian (E.8) zeigt weiterhin, daß für den Fall $\gamma_2 = \gamma_3$ (sphärische Näherung[†]) dessen Einträge nicht mehr von der Wachstumsrichtung abhängen. Die relative Größe der in dieser Näherung vernachlässigten Terme mit dem Vorfaktor $\gamma_2 - \gamma_3$ im Vergleich zu den verbleibenden Beiträgen (Vorfaktor γ_2 oder γ_1) kann grob durch das Verhältnis $(\gamma_2 - \gamma_3)/\gamma_2$ abgeschätzt werden, das für GaAs im Bereich von 30% liegt. Dies zeigt, daß die entsprechenden Korrekturen zwar nicht grundsätzlich vernachlässigbar sind, daß aber die Grundstruktur des Hamiltonian zu einem erheblichen Teil nicht von der Wachstumsrichtung abhängt. Daher wollen wir zuerst die Auswahlregeln im Grenzfall $\gamma_2 = \gamma_3$ diskutieren.

In dieser Näherung verschwindet auch die hh - lh -Mischung im Zentrum der Brillouinzone, d. h. $\varepsilon_{1,2}^{l,h} = 0$. Damit liegt wieder der in Abschnitt 4.4.1 diskutierte Fall vor. Insbesondere können die Zustände nach ihrer Paritätsstruktur klassifiziert werden und Übergänge erfolgen nur zwischen Zuständen mit gleichem Paritätsmuster der Spinorkomponenten, d. h. die Auswahlregel $|\Delta m| = 2$ gilt. Bei Beleuchtung mit zirkular polarisiertem Licht gilt nun für den Übergang $|hh1 \downarrow\rangle \rightarrow |lh1 \uparrow\rangle$ in Verallgemeinerung der Gln. (4.32) und (4.33):

$$\langle lh1 \uparrow | \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}'_{\parallel}) \cdot \mathbf{e}_{\pm} | hh1 \downarrow \rangle \propto \frac{\varepsilon}{\hbar} \sqrt{3} (\gamma_2 + \gamma_3) k_{-} (1 \pm 1) + \mathcal{O}(k_{\parallel}^3).$$

[†]Dieser Begriff wird in der Literatur verschieden definiert (vgl. beispielsweise Twardowski & Hermann¹⁷¹ und Golub *et al.*⁷⁴). Wir verstehen darunter die Vernachlässigung von Termen kubischer Symmetrie (Baldereschi & Lipari¹¹).

In niedrigster Ordnung in k'_{\parallel} hat die Auswahlregel $\Delta m = \pm 2$ Gültigkeit für rechts- bzw. linkszirkular polarisiertes Licht. Sie gilt nicht mehr für die Korrekturen höherer Ordnung $\mathcal{O}(k'_{\parallel}{}^3)$.

Eine Erweiterung der störungstheoretischen Behandlung auf den Fall ohne sphärische Approximation und allgemeine Wachstumsrichtungen wäre eine anspruchsvolle Weiterführung der hier gegebenen Darstellung. Allerdings bleibt zu berücksichtigen, daß ein solcher Ansatz immer nur in einem beschränkten \mathbf{k}' -Raumbereich gültig sein kann. Für die diskutierten Lochsysteme ist dies besonders problematisch, da wegen der starken Mischung der Subbänder im Bereich der vermiedenen Kreuzung die Störungstheorie an ihre Grenzen stößt. Wie wir gesehen haben (vgl. Abb. 4.7), können jedoch Zustände mit weit größeren Wellenvektoren wesentlich zur Absorption bei höheren Temperaturen beitragen. Für Wachstumsrichtungen niedriger Symmetrie ist nicht zu erwarten, daß streng gültige Auswahlregeln formuliert werden können. Es wäre daher erforderlich, die relativen Gewichte der verschiedenen Übergänge zu vergleichen. Wir wollen dies nicht weiter verfolgen und stattdessen mit den bereits verwendeten numerischen Methoden die Stärke der Spinorientierung untersuchen.

4.4.3 Numerische Auswertung der Spinorientierung

Für die Berechnung der Spinorientierung bzw. der Stärke der Übergänge zwischen verschiedenen spinaufgespaltenen Subbändern müssen wir zuerst den Begriff des Spins in einem Lochsystem näher definieren. Uenoyama & Sham¹⁷² schlagen in diesem Zusammenhang für (001)-orientierte Systeme vor, die beiden Möglichkeiten für das Paritätsmuster der Spinorkomponenten als *Spin-up* bzw. *-down* zu bezeichnen. Beispielsweise entsprechen dann Zustände im Subband $hh1 \uparrow$ ($hh1 \downarrow$) dem Paritätsmuster $|+\rangle$ ($|-\rangle$) nach Gl. (4.28). Im Zentrum der Brillouinzone haben die entsprechenden Zustände nur für $m = +3/2$ ($m = -3/2$) eine nichtverschwindende Spinorkomponente.

Für allgemeinere Wachstumsrichtungen ist der Ansatz nicht direkt anwendbar, da selbst für $k'_{\parallel} = 0$ eine Mischung von hh - und lh -Komponenten vorliegt. Wir benutzen daher folgende Verallgemeinerung, die wir am Beispiel des $hh1$ -Subbands erläutern: Seien $|\Psi_1\rangle$ und $|\Psi_2\rangle$ die bis auf den Spin entarteten Eigenzustände im Subband $hh1$ bei gegebenem \mathbf{k}'_{\parallel} . Dann definieren wir den *up*-Zustand Ψ_{\uparrow} als diejenige Linearkombination von $|\Psi_1\rangle$ und $|\Psi_2\rangle$, für die die $m = +3/2$ -Spinorkomponente von Ψ_{\uparrow} maximal wird. Ψ_{\downarrow} wird dann entsprechend orthogonal zu Ψ_{\uparrow} gewählt. Für die Wachstumsrichtung [001] entspricht dies dem Vorgehen von Uenoyama & Sham.

Nach Ausführung der Transformation der Wellenfunktionen berechnen wir wie in Abschnitt 4.2 die Absorptionskoeffizienten $\alpha_{hh1\uparrow \rightarrow i}$ bzw. $\alpha_{hh1\downarrow \rightarrow i}$ für die Übergänge aus den *up*- bzw. *down*-Zuständen des untersten *heavy-hole*-Subbands in die höheren Subbänder i . Daraus ergibt sich die *Spinorientierungseffizienz* p_{hh1} (Kainz *et al.*⁹³),

die durch

$$p_{hh1} = \frac{\sum_i \alpha_{hh1\downarrow \rightarrow i} - \alpha_{hh1\uparrow \rightarrow i}}{\sum_i \alpha_{hh1\downarrow \rightarrow i} + \alpha_{hh1\uparrow \rightarrow i}} \quad (4.35)$$

definiert ist. In den Grenzfällen $p_{hh1} = \pm 1$ werden nur *down*- bzw. *up*-Zustände im *hh1*-Subband angeregt, so daß dort pro Anregungsvorgang ein Überschuß von einem *up*- bzw. *down*-Loch zurückbleibt. Es erfolgt also vollständige Spinorientierung. Ist $p_{hh1} = 0$, so erfolgt keinerlei Ausrichtung der Spins. Abb. 4.11 zeigt für die schon in Abschnitt 4.2.4 behandelten (113)-GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As-Quantentröge die numerisch berechneten Ergebnisse für die Spinorientierungseffizienz p_{hh1} als Funktion der Anregungsenergie und für verschiedene Temperaturen. Für das System mit Trogbreite $L = 7$ nm und die im Experiment von Ganichev *et al.*^{61, 154} verwendete Anregungsenergie erhält man nahezu unabhängig von der Temperatur $p_{hh1} \approx 80\%$.

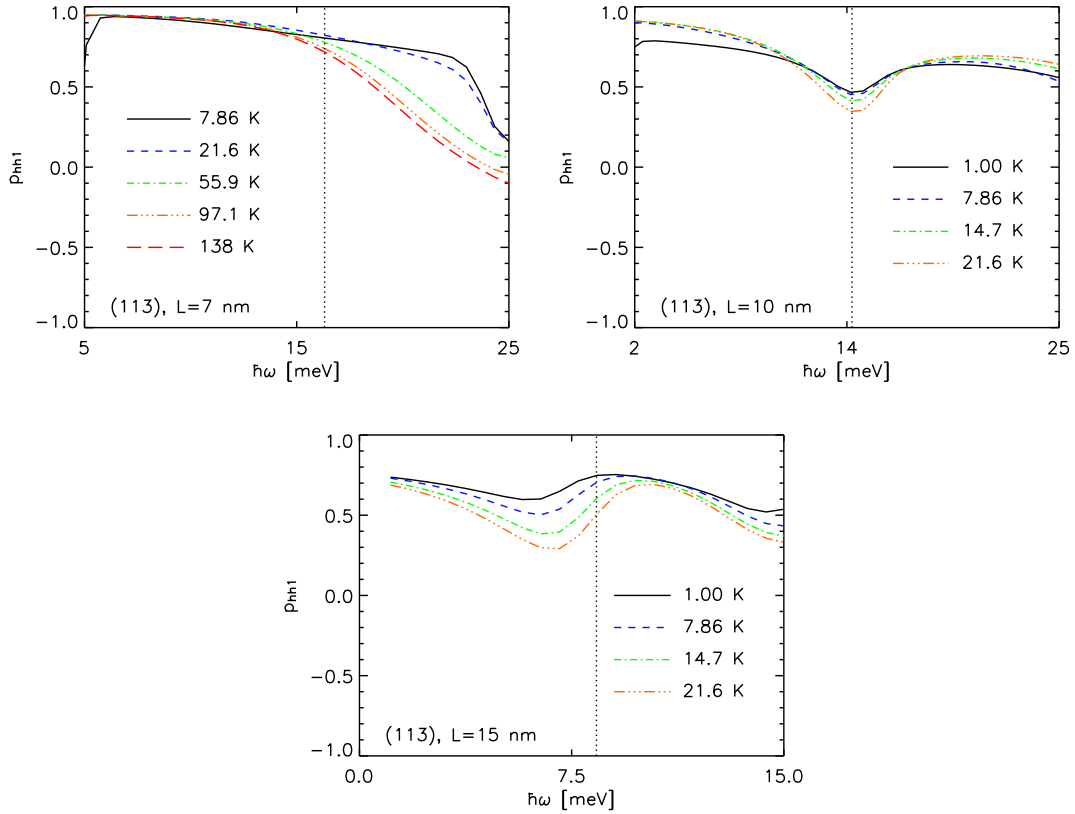


ABBILDUNG 4.11: Effizienz der Spinorientierung p_{hh1} für die Löcher im untersten Subband bei Anregung mit rechtszirkular polarisiertem Licht. Gezeigt werden die Daten für (113)-GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As-Quantentröge mit $L = 7, 10$ und 15 nm (oben links, oben rechts, unten) bei verschiedenen Temperaturen T . Die zur Berechnung verwendeten Parameter sind identisch mit denen in Abb. 4.6. Die vertikalen, gepunkteten Linien in den Abbildungen entsprechen der im Experiment von Ganichev *et al.* verwendeten Anregungsenergie.

Dies bedeutet, daß zu etwa 90 % der Übergang $|hh1 \downarrow\rangle \rightarrow |lh1 \uparrow\rangle$ stattfindet. Ein ähnlicher Wert für p_{hh1} ergibt sich beim Quantentrog mit $L = 15$ nm. Allerdings tritt sowohl dort als auch beim System mit $L = 10$ nm ein deutlicher Abfall von p_{hh1} mit steigender Temperatur T auf. Beim zuletzt erwähnten Trog beträgt außerdem die Spinorientierungseffizienz schon bei niedrigen Temperaturen nur etwa 50 %. Des weiteren wurden bei den beiden Systemen mit den größeren Trogbreiten die Ergebnisse nur für niedrige Temperaturen im Bereich bis etwa 20 K dargestellt.

Dies hängt mit einem Problem in bezug auf die Definition der Spinzustände zusammen: Die oben gegebene Definition der Spinzustände von Löchern eignet sich nicht mehr für Zustände mit Wellenvektoren jenseits der vermiedenen Bandkreuzung. Dort ist die Mischung der verschiedenen Spinorkomponenten so stark, daß eine Klassifikation als hh oder lh nicht mehr sinnvoll möglich ist. Dementsprechend ist auch die Definition eines *up*- oder *down*- hh -Zustandes nicht wohldefiniert. Wenn solche Zustände für die Anregung relevant werden, was besonders für die Systeme mit $L = 10$ nm und $L = 15$ nm im Bereich höherer Temperaturen der Fall ist (vgl. Abb. 4.7), verliert unsere Definition der Spinzustände an Aussagekraft[†]. Um diese Schwierigkeit abzumildern, wurde für die beiden angesprochenen Systeme die Auswertung auf den Bereich tiefer Temperaturen begrenzt.

Zusammenfassend läßt sich für die betrachteten Systeme ein hoher Grad an Spinorientierung feststellen. Dieser rechtfertigt weitgehend die Annahme vollständiger Ausrichtung der Spins, die der Extraktion der SRS-Zeiten zugrundeliegt. Die Berücksichtigung entsprechender Korrekturen könnte Thema weiterer Untersuchungen sein.

4.5 Diskussion

In diesem Kapitel wurde der Zusammenhang zwischen dem zirkular photogalvanischen Effekt, der experimentell beobachteten Sättigung des dadurch verursachten Stroms mit zunehmender Beleuchtungsintensität und der Spinrelaxationszeit von Löchern in (113)-orientierten Quantentrögen hergestellt. Das fehlende Bindeglied zur Berechnung von Loch-SRS-Zeiten aus diesen Messungen ist der im Experiment nicht zugängliche lineare Absorptionskoeffizient.

Daher wurde die Theorie der Intersubband-Absorption so verallgemeinert, daß sie für allgemeine Wachstumsrichtungen und beliebige (zirkulare oder lineare) Lichtpolarisation geeignet ist. Das zur Ermittlung des Absorptionskoeffizienten aus EFA-Rechnungen formulierte Verfahren wurde auf die im Experiment verwendeten Systeme angewandt. Dabei wurde auch die Auswirkung verschiedener Parameter auf die erzielten Ergebnisse untersucht. Ein besonderer Schwerpunkt lag dabei auf der Temperaturabhängigkeit, die ein komplexes Verhalten zeigt. Dieses wurde anhand

[†]Das gleiche Problem tritt auch in (001)-orientierten Systemen für die nach Uenoyama & Sham¹⁷² definierten Spinzustände auf.

einfacher qualitativer Erklärungen verständlich.

Durch die Zusammenführung von experimentellen Daten zur Sättigung und theoretisch berechneten Absorptionskoeffizienten konnte die SRs-Zeit von Löchern als Funktion der Temperatur in Quantentrögen verschiedener Breite ermittelt werden. Als dominanter Relaxationsmechanismus für Loch-Spins konnte ein DP-artiger Mechanismus identifiziert werden.

Bei der Extraktion der SRs-Zeiten wurde von einer vollständigen Spinorientierung bei der Anregung ausgegangen. Deshalb wurde durch die Formulierung der Auswahlregeln für Intersubband-Übergänge in Systemen verschiedener Wachstumsrichtungen untersucht, inwieweit diese Annahme gerechtfertigt ist. Da für Wachstumsrichtungen niedriger Symmetrie außer im Fall einer relativ groben Näherung (sphärische Approximation) keine strengen Auswahlregeln existieren, kamen numerische Methoden zum Einsatz. Mit diesen ergab sich ein hoher Grad an Spinorientierung für die betrachteten Systeme. Die Grenzen dieses Vorgehens konnten auf eine nicht hinreichend allgemeine Definition des Spin-Begriffs in Loch-Systemen zurückgeführt werden.

Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit ist eine realistische Beschreibung der Spinrelaxation in geschichteten Halbleiterstrukturen, also in Heterostrukturen und Quantentrögen. In *n*-dotierten Systemen dieser Art wird der Abbau einer vorhandenen Spinorientierung meist durch den nach D'yakonov & Perel' (DP) benannten Mechanismus dominiert.

Die DP-Spinrelaxation ist eng mit der Energiedifferenz zwischen den Spin-*up*- und -*down*-Subbändern verknüpft. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit einer zuverlässigen Berechnung dieser auch als Spinaufspaltung bezeichneten Größe. Um dies zu gewährleisten, wird die selbstkonsistente Enveloppenfunktionsnäherung (EFA) verwendet, die eine Erweiterung der **k**·**p**-Theorie für Schichtstrukturen darstellt, wobei auch das durch ionisierte Donatoren und Elektronen im Quantentrog erzeugte elektrostatische Potential berücksichtigt wird. Mit dieser bewährten Methode kann eine genaue Beschreibung der Subbandstruktur in der Nähe des Zentrums der Brillouinzone erreicht werden.

Die verschiedenen Beiträge zur Spinaufspaltung lassen sich unterschiedlichen reduzierten Symmetrien zuschreiben: der fehlenden Inversionssymmetrie des (Zinkblende-)Halbleitermaterials (BIA), der Asymmetrie der Schichtstruktur (SIA) bzw. der Grenzfläche (IIA). Durch das Wechselspiel von BIA und SIA wird in (001)-gewachsenen Strukturen die Spinrelaxation auch in der Trogebene stark anisotrop. Durch Extraktion der BIA- und SIA-Beiträge zur Spinaufspaltung aus EFA-Rechnungen kann eine über bisherige einfache Modelle hinausgehende Beschreibung der anisotropen Spinrelaxation erfolgen. Bei der Untersuchung von asymmetrisch dotierten Systemen ergibt sich für eine *in-plane*-Richtung eine nichtmonotone Abhängigkeit der Spinrelaxationsrate von der Elektronendichte. Dadurch übersteigt in einem bestimmten Dichtebereich die Spinrelaxationszeit für in dieser Richtung ausgerichtete Spins die entsprechenden Zeiten für andere Spinrichtungen um bis zu zwei

Größenordnungen. Dieses Verhalten tritt für verschiedene Materialkombinationen und einen weiten Bereich von Trogbreiten auf und kann dadurch erklärt werden, daß sich BIA und SIA für bestimmte Richtungen gegenseitig weitgehend kompensieren können.

Durch eine über die bekannten Näherungen für den entarteten bzw. nichtentarteten Grenzfall hinausgehende Erweiterung der Theorie der DP-Spinrelaxation wird die Möglichkeit zur Berechnung der Relaxationszeiten in einem größeren Temperaturbereich geschaffen. Die Anwendung dieser Verallgemeinerung zeigt, daß das erwähnte nichtmonotone Verhalten stabil unter moderater Temperaturerhöhung ist. Weiterhin werden mögliche Wege zur experimentellen Untersuchung der bisher nicht gemessenen *in-plane*-Spinrelaxation aufgezeigt.

Die Stärken des verfolgten Ansatzes demonstriert ein Vergleich der damit berechneten Relaxationszeiten von in Wachstumsrichtung ausgerichteten Spins mit den in den Experimenten von Terauchi *et al.*¹⁶⁷ und Ohno *et al.*¹³³ gemessenen Werten. Während diese Autoren eine Abweichung von einer vereinfachten Theorie um eine Größenordnung feststellen, kann mit dem in dieser Arbeit verwendeten Ansatz eine quantitative Übereinstimmung über einen weiten Temperaturbereich und für mehrere Proben erreicht werden.

Die Erweiterung des $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Formalismus zur Berücksichtigung der mikroskopischen Asymmetrie des Interface (IIA) wird in einem weiteren Teil der Arbeit vorgenommen. Dies ermöglicht die Untersuchung des Einflusses der IIA auf die Spinaufspaltung im Leitungsband und damit auf die Spinrelaxation. Eine auf Störungstheorie basierende Rechnung zeigt, daß die Struktur des IIA-Beitrags zur Spinaufspaltung im Leitungsband in niedrigster Ordnung derjenigen des BIA-Terms entspricht. Eine Abschätzung der Größe des IIA-Beitrags zur Spinaufspaltung mit einem einfachen Modell ist in qualitativer Übereinstimmung mit der quantitativen EFA-Rechnung.

Die Untersuchung des Zusammenspiels von BIA, SIA und IIA an asymmetrisch dotierten GaInAs/InP- und GaAs/AlAs-Systemen zeigt, daß aufgrund der Dominanz des SIA-Beitrags die IIA nur einen sehr geringen Einfluß auf die Spinrelaxation hat. In symmetrisch dotierten Quantentrögen existiert keine SIA und es ergibt sich ein differenzierteres Bild. Während in GaAs/AlAs-Quantentrögen die IIA immer noch vernachlässigt werden kann, dominiert sie beim System aus GaInAs/InP die Spinrelaxation. Für andere symmetrisch dotierte Trogsysteme aus Materialien mit kleiner Bandlücke ist ein ähnliches Verhalten zu erwarten.

Besonders bei der Untersuchung dieser Strukturen stößt das verwendete Konzept an Grenzen. Es ist nur noch eingeschränkt möglich, die numerisch berechnete Spinaufspaltung in einem Modell, das nur die Beiträge niedrigster Ordnung im Wellenvektor berücksichtigt, adäquat zu beschreiben. Hieraus eröffnen sich für die Zukunft interessante Erweiterungsmöglichkeiten, um auch höhere Ordnungen im Wellenvektor berücksichtigen zu können.

Im letzten Teil der vorliegenden Arbeit wird der Zusammenhang zwischen der

Sättigung des durch den zirkular photogalvanischen Effekt hervorgerufenen Gleichstroms und der Spinrelaxationszeit von Löchern hergestellt. Die hierzu von Ganichev *et al.*⁶¹ und Schneider *et al.*¹⁵⁴ durchgeführten Experimente an (113)-orientierten GaAs/AlGaAs-Quantentrögen ermöglichen im Prinzip die Extraktion von Loch-Spinrelaxationszeiten. Das fehlende Bindeglied ist dabei der meßtechnisch nicht zugängliche lineare Absorptionskoeffizient. Daher wird die Theorie der Intersubband-Absorption für allgemeine Wachstumsrichtungen und beliebige (lineare oder zirkulare) Lichtpolarisation verallgemeinert. In Verbindung mit den Resultaten einer ebenfalls durchgeführten EFA-Rechnung kann damit das Absorptionsspektrum für die im Experiment verwendeten Systeme ermittelt werden. Hierbei wird auch die Auswirkung verschiedener Parameter (Wachstumsrichtung, Temperatur, Verbreiterung und Lichtpolarisation) betrachtet. Die Temperaturabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten zeigt ein interessantes nichtmonotones Verhalten, das anhand einfacher Modelle gut verstanden werden kann. Durch die Zusammenführung von experimentellen Daten zur Sättigung und theoretisch berechneten Absorptionskoeffizienten kann schließlich die Loch-Spinrelaxationszeit als Funktion der Temperatur und der Trogbreite bestimmt werden, wobei die Spinrelaxation von einem DP-artigen Mechanismus dominiert wird.

Um festzustellen, inwieweit die bei der Extraktion der Spinrelaxationszeiten angenommene vollständige Spinorientierung bei der Anregung gegeben ist, werden die Auswahlregeln für optische Übergänge untersucht. Da für Wachstumsrichtungen niedriger Symmetrie außer im Fall stark vereinfachender Näherungen keine exakten Auswahlregeln existieren, wird der Grad der Spinorientierung durch numerische Methoden ermittelt. Es ergibt sich eine weitgehende Spinorientierung für die betrachteten Systeme. Die in diesem Zusammenhang auftretenden Probleme können auf eine nicht allgemeingültige Definition des Spin-Begriffs in Loch-Systemen zurückgeführt werden.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß mit den in dieser Arbeit vorgestellten Methoden eine quantitative Beschreibung von elektronischen Spinrelaxationsprozessen in den untersuchten Halbleiter-Quantenstrukturen ermöglicht wird. Außerdem können aus dem Zusammenspiel von Experiment und Theorie Informationen über Spinorientierung und -relaxation in *p*-dotierten Quantentrögen gewonnen werden.

ANHANG A

Matrixdarstellung des erweiterten Kane-Modells

In diesem Anhang wollen wir die Matrixdarstellung des erweiterten Kane-Modells (vgl. Abschnitt 1.3) explizit angeben. Die nachfolgende Gl. (A.1) auf S. 112 enthält alle $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Terme des 8×8 -Modells (Γ_6^c , Γ_8^v und Γ_7^v). Die Gl. (A.2) auf S. 113 enthält die bei expliziter Berücksichtigung der höheren Leitungsbänder Γ_8^c und Γ_7^c erforderlichen Zusatzterme im $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Hamiltonian. (Winkler¹⁸⁰)

Wir verwenden die folgenden Abkürzungen:

$$\begin{aligned} k_{\pm} &= k_x \pm ik_y \\ k_{||}^2 &= k_x^2 + k_y^2 \\ k^2 &= k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \\ \hat{K} &= k_x^2 - k_y^2 \\ B_{8v}^{\pm} &= B_{8v,8} \pm B_{8v,7} \end{aligned}$$

und legen den Energienullpunkt durch die Wahl der Energie der Valenzbandkante E_v willkürlich fest.

Wie in Kap. 1.3 erwähnt, geht die nicht explizit (d. h. in allen Ordnungen von \mathbf{k}) enthaltene $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Wechselwirkung der Bänder in zweiter Ordnung Störungstheorie in die Bandparameter C_r , C'_r , γ'_1 , γ'_2 , γ'_3 , κ' und q' ein. Je nach verwendetem Modell müssen die Bandparameter modifiziert werden, d. h. sie müssen jeweils um die in den einzelnen Modellen explizit enthaltenen Beiträge der Wechselwirkungen reduziert werden (Winkler¹⁸⁰). Die entsprechenden Vorschriften sind nachfolgend angegeben:

- 4×4-Modell:

$$\begin{aligned}
\gamma'_1 &= \gamma_1 \\
\gamma'_2 &= \gamma_2 \\
\gamma'_3 &= \gamma_3 \\
\kappa' &= \kappa \\
q' &= q
\end{aligned}$$

- 8×8-Modell:

$$\begin{aligned}
C_r &= C \\
C'_r &= C' \\
\gamma'_1 &= \gamma_1 - \frac{1}{3} \frac{2m_0}{\hbar^2} \frac{P^2}{E_0} \\
\gamma'_2 &= \gamma_2 - \frac{1}{6} \frac{2m_0}{\hbar^2} \frac{P^2}{E_0} \\
\gamma'_3 &= \gamma_3 - \frac{1}{6} \frac{2m_0}{\hbar^2} \frac{P^2}{E_0} \\
\kappa' &= \kappa - \frac{1}{6} \frac{2m_0}{\hbar^2} \frac{P^2}{E_0} \\
q' &= q
\end{aligned}$$

außerdem:

$$\begin{aligned}
B_{7v} &= \frac{P'Q}{i} \left(\frac{1}{E_0 - E'_0 - \Delta'_0} - \frac{1}{\Delta_0 + E'_0 + \Delta'_0} \right) \\
B_{8v,7} &= \frac{P'Q}{2i} \left(\frac{1}{E_0 - E'_0} - \frac{1}{E'_0} \right) \\
B_{8v,8} &= \frac{P'Q}{2i} \left(\frac{1}{E_0 - E'_0 - \Delta_0} - \frac{1}{E'_0 + \Delta'_0} \right)
\end{aligned}$$

- 14×14-Modell:

$$\begin{aligned}
C_r &= C - \frac{8}{9} \frac{m_0}{\hbar^2} \Delta - \frac{PP'}{i} \left(\frac{1}{E_0 (E_0 - E'_0 - \Delta'_0)} - \frac{1}{(E_0 + \Delta_0) (E_0 - E'_0)} \right) \\
C'_r &= C' - \frac{1}{9} \frac{m_0}{\hbar^2} \Delta - \frac{PP'}{i} \left(\frac{1}{E_0 (E_0 - E'_0 - \Delta'_0)} + \frac{2}{(E_0 + \Delta_0) (E_0 - E'_0)} \right) \\
\gamma'_1 &= \gamma_1 - \frac{1}{3} \frac{2m_0}{\hbar^2} \left(\frac{P^2}{E_0} + \frac{Q^2}{E'_0 + \Delta'_0} + \frac{Q^2}{E'_0} \right) \\
\gamma'_2 &= \gamma_2 - \frac{1}{6} \frac{2m_0}{\hbar^2} \left(\frac{P^2}{E_0} - \frac{Q^2}{E'_0} \right) \\
\gamma'_3 &= \gamma_3 - \frac{1}{6} \frac{2m_0}{\hbar^2} \left(\frac{P^2}{E_0} + \frac{Q^2}{E'_0} \right) \\
\kappa' &= \kappa - \frac{1}{18} \frac{2m_0}{\hbar^2} \left(\frac{3P^2}{E_0} + \frac{7Q^2}{E'_0 + \Delta'_0} - \frac{10Q^2}{E'_0} \right) \\
q' &= q - \frac{2}{9} \frac{2m_0}{\hbar^2} \left(\frac{Q^2}{E'_0} - \frac{Q^2}{E'_0 + \Delta'_0} \right) \\
B_{7v} &= 0 \\
B_{8v,7} &= 0 \\
B_{8v,8} &= 0
\end{aligned}$$

Die effektiven g-Faktoren κ , q (bzw. κ' , q') sind für den in dieser Arbeit betrachteten magnetfeldfreien Fall ohne Bedeutung und nur der Vollständigkeit halber aufgeführt.

$ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}\rangle_c$	$ \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle_c$	$ \frac{3}{2} \quad \frac{3}{2}\rangle_v$	$ \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2}\rangle_v$	$ \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\rangle_v$	$ \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\rangle_v$	$ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}\rangle_v$	$ \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle_v$
$E_v + E_0$ $+ \frac{\hbar^2 k^2}{2m'}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}Pk_+$ $+ \frac{1}{\sqrt{2}}B_{8v}^+ k_- k_z$	$\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z + \frac{1}{\sqrt{6}}B_{8v}^- \hat{K}$ $+ i\sqrt{\frac{2}{3}}B_{8v}^+ k_x k_y$	$\frac{1}{\sqrt{6}}Pk_-$ $+ \frac{1}{\sqrt{6}}B_{8v}^+ k_+ k_z$	$\frac{1}{3\sqrt{2}}B_{8v}^- (k_{ }^2 - 2k_z^2)$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}Pk_z$ $- \frac{i}{\sqrt{3}}B_{7v} k_x k_y$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}Pk_-$ $- \frac{1}{\sqrt{3}}B_{7v} k_+ k_z$
0	$E_v + E_0$ $+ \frac{\hbar^2 k^2}{2m'}$	$-\frac{1}{3\sqrt{2}}B_{8v}^- (k_{ }^2 - 2k_z^2)$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}Pk_+$ $+ \frac{1}{\sqrt{6}}B_{8v}^+ k_- k_z$	$\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z - \frac{1}{\sqrt{6}}B_{8v}^- \hat{K}$ $+ i\sqrt{\frac{2}{3}}B_{8v}^+ k_x k_y$	$\frac{1}{\sqrt{2}}Pk_-$ $+ \frac{1}{\sqrt{2}}B_{8v}^+ k_+ k_z$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}Pk_+$ $+ \frac{1}{\sqrt{3}}B_{7v} k_- k_z$	$\frac{1}{\sqrt{3}}Pk_z$ $+ \frac{i}{\sqrt{3}}B_{7v} k_x k_y$
$-\frac{1}{\sqrt{2}}Pk_-$ $+ \frac{1}{\sqrt{2}}B_{8v}^+ k_+ k_z$	$-\frac{1}{3\sqrt{2}}B_{8v}^- (k_{ }^2 - 2k_z^2)$	$E_v - \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma'_1 + \gamma'_2)k_{ }^2$ $- \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma'_1 - 2\gamma'_2)k_z^2$	$-\frac{1}{2}Ck_+$ $+ 2\sqrt{3}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_- k_z$	$\sqrt{3}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_2 \hat{K} + Ck_z$ $- 2i\sqrt{3}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_x k_y$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}Ck_-$	$-\sqrt{6}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_- k_z$	$-\sqrt{6}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_2 \hat{K}$ $+ 2i\sqrt{6}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_x k_y$
$\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z + \frac{1}{\sqrt{6}}B_{8v}^- \hat{K}$ $- i\sqrt{\frac{2}{3}}B_{8v}^+ k_x k_y$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}Pk_-$ $+ \frac{1}{\sqrt{6}}B_{8v}^+ k_+ k_z$	$-\frac{1}{2}Ck_-$ $+ 2\sqrt{3}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_+ k_z$	$E_v - \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma'_1 - \gamma'_2)k_{ }^2$ $- \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma'_1 + 2\gamma'_2)k_z^2$	$\frac{\sqrt{3}}{2}Ck_+$	$\sqrt{3}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_2 \hat{K} - Ck_z$ $- 2i\sqrt{3}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_x k_y$	$-\sqrt{2}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_2 \cdot$ $\cdot (k_{ }^2 - 2k_z^2)$	$3\sqrt{2}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_- k_z$
$\frac{1}{\sqrt{6}}Pk_+$ $+ \frac{1}{\sqrt{6}}B_{8v}^+ k_- k_z$	$\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z - \frac{1}{\sqrt{6}}B_{8v}^- \hat{K}$ $- i\sqrt{\frac{2}{3}}B_{8v}^+ k_x k_y$	$\sqrt{3}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_2 \hat{K} + Ck_z$ $+ 2i\sqrt{3}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_x k_y$	$\frac{\sqrt{3}}{2}Ck_-$	$E_v - \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma'_1 - \gamma'_2)k_{ }^2$ $- \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma'_1 + 2\gamma'_2)k_z^2$	$-\frac{1}{2}Ck_+$ $- 2\sqrt{3}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_- k_z$	$3\sqrt{2}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_+ k_z$	$\sqrt{2}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_2 \cdot$ $\cdot (k_{ }^2 - 2k_z^2)$
$\frac{1}{3\sqrt{2}}B_{8v}^- (k_{ }^2 - 2k_z^2)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}Pk_+$ $+ \frac{1}{\sqrt{2}}B_{8v}^+ k_- k_z$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}Ck_+$	$\sqrt{3}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_2 \hat{K} - Ck_z$ $+ 2i\sqrt{3}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_x k_y$	$-\frac{1}{2}Ck_-$ $- 2\sqrt{3}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_+ k_z$	$E_v - \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma'_1 + \gamma'_2)k_{ }^2$ $- \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma'_1 - 2\gamma'_2)k_z^2$	$\sqrt{6}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_2 \hat{K}$ $+ 2i\sqrt{6}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_x k_y$	$-\sqrt{6}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_+ k_z$
$-\frac{1}{\sqrt{3}}Pk_z$ $+ \frac{i}{\sqrt{3}}B_{7v} k_x k_y$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}Pk_-$ $+ \frac{1}{\sqrt{3}}B_{7v} k_+ k_z$	$-\sqrt{6}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_+ k_z$	$-\sqrt{2}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_2 \cdot$ $\cdot (k_{ }^2 - 2k_z^2)$	$3\sqrt{2}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_- k_z$	$\sqrt{6}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_2 \hat{K}$ $- 2i\sqrt{6}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_x k_y$	$E_v - \Delta_0$ $- \frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_1 k^2$	0
$-\frac{1}{\sqrt{3}}Pk_+$ $- \frac{1}{\sqrt{3}}B_{7v} k_- k_z$	$\frac{1}{\sqrt{3}}Pk_z$ $- \frac{i}{\sqrt{3}}B_{7v} k_x k_y$	$-\sqrt{6}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_2 \hat{K}$ $- 2i\sqrt{6}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_x k_y$	$3\sqrt{2}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_+ k_z$	$\sqrt{2}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_2 \cdot$ $\cdot (k_{ }^2 - 2k_z^2)$	$-\sqrt{6}\frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_3 k_- k_z$	0	$E_v - \Delta_0$ $- \frac{\hbar^2}{2m_0}\gamma'_1 k^2$

Gl. (A.1): Der 8×8 -Hamiltonian (Γ_6^c , Γ_8^v und Γ_7^v). (aus: Winkler¹⁸⁰)

$ \frac{3}{2} \quad \frac{3}{2}\rangle_c$	$ \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2}\rangle_c$	$ \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\rangle_c$	$ \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\rangle_c$	$ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}\rangle_c$	$ \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle_c$	
$\begin{pmatrix} E_v + E'_0 + \Delta'_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_v + E'_0 + \Delta'_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_v + E'_0 + \Delta'_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_v + E'_0 + \Delta'_0 \end{pmatrix}$				$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$		Γ_8^c
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$				$\begin{pmatrix} E_v + E'_0 & 0 \\ 0 & E_v + E'_0 \end{pmatrix}$		Γ_7^c
$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}P'^*k_+ & -\sqrt{\frac{2}{3}}P'^*k_z & -\frac{1}{\sqrt{6}}P'^*k_- & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{6}}P'^*k_+ & -\sqrt{\frac{2}{3}}P'^*k_z & -\frac{1}{\sqrt{2}}P'^*k_- \end{pmatrix}$				$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}}P'^*k_z & \frac{1}{\sqrt{3}}P'^*k_- \\ \frac{1}{\sqrt{3}}P'^*k_+ & -\frac{1}{\sqrt{3}}P'^*k_z \end{pmatrix}$		Γ_6^c
$\begin{pmatrix} \frac{1}{3}\Delta^{-*} & \frac{i}{\sqrt{3}}Qk_+ & \frac{i}{\sqrt{3}}Qk_z & 0 \\ \frac{i}{\sqrt{3}}Qk_- & \frac{1}{3}\Delta^{-*} & 0 & \frac{i}{\sqrt{3}}Qk_z \\ \frac{i}{\sqrt{3}}Qk_z & 0 & \frac{1}{3}\Delta^{-*} & -\frac{i}{\sqrt{3}}Qk_+ \\ 0 & \frac{i}{\sqrt{3}}Qk_z & \frac{i}{\sqrt{3}}Qk_- & \frac{1}{3}\Delta^{-*} \end{pmatrix}$				$\begin{pmatrix} -\frac{i}{\sqrt{6}}Qk_+ & -i\sqrt{\frac{2}{3}}Qk_z \\ 0 & \frac{i}{\sqrt{2}}Qk_+ \\ -\frac{i}{\sqrt{2}}Qk_- & 0 \\ -i\sqrt{\frac{2}{3}}Qk_z & \frac{i}{\sqrt{6}}Qk_- \end{pmatrix}$		Γ_8^v
$\begin{pmatrix} \frac{i}{\sqrt{6}}Qk_- & 0 & \frac{i}{\sqrt{2}}Qk_+ & i\sqrt{\frac{2}{3}}Qk_z \\ i\sqrt{\frac{2}{3}}Qk_z & -\frac{i}{\sqrt{2}}Qk_- & 0 & -\frac{i}{\sqrt{6}}Qk_+ \end{pmatrix}$				$\begin{pmatrix} -\frac{2}{3}\Delta^{-*} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3}\Delta^{-*} \end{pmatrix}$		Γ_7^v

Gl. (A.2): Blöcke im 14×14-Hamiltonian, die die Kopplung an die höheren Leitungsbänder Γ_8^c und Γ_7^c beschreiben. (aus: Winkler¹⁸⁰)

ANHANG B

Bandstrukturparameter

Nachfolgend werden die in dieser Arbeit verwendeten Bandparameter angegeben.

Barrieren- / Trog-Material	Valenzband-Offset [eV]	t_{X-Y}
AlAs/GaAs	0.550	0.76 (Ref. 85)
$\text{Al}_{0.35}\text{Ga}_{0.65}\text{As}/\text{GaAs}$	0.1519	—
$\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}/\text{GaAs}$	0.1279	—
$\text{InP}/\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}$	0.3840	2.58 (Ref. 88)
$\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{Sb}/\text{InAs}$	-0.4426	—

TABELLE B.1: Valenzband-Offsets und Stärke des Interfaceterms t_{X-Y} für verschiedene Kombinationen von Barrieren- und Trogmaterialien. Die Werte für die Offsets sind aus Winkler(1994,¹⁸⁰ 2001¹⁸¹) übernommen (bzw. für den Fall $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{Sb}/\text{InAs}$ interpoliert aus AlSb und GaSb). Bei den Werten für t_{X-Y} ist jeweils die Quelle angegeben.

	GaAs	AlAs	Al _{0.4} Ga _{0.6} As	Al _{0.35} Ga _{0.65} As	Al _{0.3} Ga _{0.7} As	InAs	Al _{0.3} Ga _{0.7} Sb	Ga _{0.47} In _{0.53} As	InP
E_0 [eV]	1.519	3.13	2.0239	1.9531	1.8845	0.418	1.2829	0.8166	1.423
E'_0 [eV]	4.488	4.54	4.5088	4.5062	4.5036	4.390	3.2837	4.4361	4.720
Δ_0 [eV]	0.341	0.300	0.3246	0.3266	0.3287	0.380	0.7759	0.3617	0.110
Δ'_0 [eV]	0.171	0.150	0.1626	0.1637	0.1647	0.240	0.2391	0.2076	0.070
Δ^- [eV]	-0.050 i	0.0 i	-0.0500 i	0.0 i	-0.0500 i	0.0 i	0.0000 i	-0.0235 i	0.0 i
P [eVÅ]	10.493	8.97	9.8838	9.9599	10.0361	9.197	9.3709	9.8061	8.880
C_k [eVÅ]	-0.0034	0.0020	-0.0012	-0.0015	-0.0018	-0.0112	0.0023	-0.0075	-0.0144
P' [eVÅ]	4.780 i	4.780 i	4.7800 i	4.7800 i	4.7800 i	0.873 i	0.0000 i	2.7093 i	2.828 i
Q [eVÅ]	8.165	8.165	8.1650	8.1650	8.1650	8.331	0.0000	8.2530	7.300
m^* [m_0]	0.06650	0.150	0.0997	0.0955	0.0914	0.0229	0.0665	0.0380	0.080
g^*	-0.44	1.52	0.7834	0.6704	0.5475	-14.9	-2.2808	-4.3825	1.26
γ_1	6.85	3.25	4.9284	5.1245	5.3323	20.40	8.5618	11.9689	4.95
γ_2	2.10	0.65	1.2792	1.3598	1.4462	8.30	2.3864	4.3554	1.65
γ_3	2.90	1.21	1.9832	2.0757	2.1741	9.10	3.5064	5.1548	2.35
κ	1.20	-0.13	0.4273	0.5018	0.5822	7.60	1.5464	3.5619	0.97
q	0.01	0.01	0.0100	0.0100	0.0100	0.39	0.0210	0.2114	0.01
C	-1.878	0.0	-1.1268	-1.2207	-1.3146	-2.00	0.0000	-1.9427	0.0
C'	-0.02	0.0	-0.0120	-0.0130	-0.0140	-0.02	0.0000	-0.0200	0.0
a_0 [Å]	5.65325	5.660	5.6559500	5.6556125	5.655275	6.0583	6.09805	5.8679265	5.8687
ε_0	12.4	10.06	11.4640	11.5810	11.6980	14.6	14.5950	12.9	12.4

TABELLE B.2: *Verwendete Bandstrukturparameter.*^{180, 181, 186}

ANHANG C

Strukturparameter der behandelten Systeme

Hier geben wir für die in den jeweiligen Abschnitten dieser Arbeit berechneten Systeme die für deren Modellierung verwendeten Parameter an. Hierzu zählen die Konzentration an Dotieratomen in der Barriere (c_b) und im Material mit kleinerer Bandlücke (Trogmaterial) (c_t) und die Dicke s der undotierten *spacer*-Schicht. Ein positiver (negativer) Wert von $c_{b,t}$ entspricht n -Dotierung (p -Dotierung). Für Quantentröge unterscheiden wir zusätzlich bei der Dotierung bzw. beim *spacer* die linke (in negativer Wachstumsrichtung) und rechte Seite des Troges durch Einführung der Größen $c_{b,l}$, $c_{b,r}$ bzw. s_l , s_r .

Im einzelnen wurden in den jeweiligen Kapiteln die folgenden Werte verwendet:

1. GaAs/AlAs-Heterostrukturen (Kap. 2 und 3):
 $c_t = -2.8 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $s = 0 \text{ Å}$.
 c_b wurde selbstkonsistent entsprechend der Ladungsdichte n im Trog bestimmt.
2. GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As-Heterostrukturen (Kap. 2):
wie unter Punkt 1.
3. GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As-Quantentröge (Kap. 2):
 $c_{b,l} = -2.8 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $c_t = -1.0 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $s_l = 50 \text{ Å}$, $s_r = 20 \text{ Å}$.
 $c_{b,r}$ wurde selbstkonsistent entsprechend der Ladungsdichte n im Trog bestimmt. Davon abweichend wurden für den Trog mit $L = 50 \text{ Å}$ die Werte $c_{b,l} = c_t = -1.0 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ verwendet.

4. InAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As-Heterostrukturen (Kap. 2):
wie unter Punkt 1.
5. InAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As-Quantentröge (Kap. 2):
 $c_{b,l} = -2.8 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $c_t = -1.0 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $s_l = 25 \text{ Å}$, $s_r = 20 \text{ Å}$.
 $c_{b,r}$ wurde selbstkonsistent entsprechend der Ladungsdichte n im Trog bestimmt. Davon abweichend wurde für den Trog mit $L = 200 \text{ Å}$ der Wert $s_r = 25 \text{ Å}$ verwendet.
6. GaAs/AlAs-Quantentröge (Kap. 3):
 $c_t = 0$, $s = 0$.
 $c_{b,l} = c_{b,r}$ wurde selbstkonsistent entsprechend der Ladungsdichte n im Trog bestimmt.
7. GaAs/AlAs-Heterostruktur (Kap. 3):
wie unter Punkt 1.
8. Ga_{0.47}In_{0.53}As/InP-Quantentröge (Kap. 3):
wie unter Punkt 6.
9. GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As-Quantentröge (Kap. 4):
 Entsprechend der Wachstumsbedingungen (Ganichev⁵⁹) wurden die Systeme für alle Trogbreiten einheitlich modelliert durch:
 $c_{b,l} = c_{b,r} = -1.0 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $c_t = 0$, $s_l = 70 \text{ Å}$, $s_r = 45 \text{ Å}$.

Für die Donator- bzw. Akzeptor-Bindungsenergie wird einheitlich ein Wert von 20 meV verwendet.

ANHANG D

Streumechanismen

In diesem Abschnitt wollen wir einen kurzen Überblick über die Energieabhängigkeit und Streuwinkelcharakteristik verschiedener (Impuls-)Streumechanismen für Elektronen geben. Wie in der Literatur (Lundstrom,¹¹⁴ Singh,¹⁵⁸ Gantmakher & Levinson,⁶⁷ Ridley,¹⁴⁵ Ferreira & Bastard⁵⁵) üblich, beschränken wir uns auf entartete Elektronensysteme und quasielastische Streuung (d. h. ohne Energieänderung) in Volumenkristall-Systemen. Anschließend diskutieren wir kurz die Modifikationen für zweidimensionale Elektronensysteme.

D.1 Relaxationszeiten

Die Behandlung der Streuung von Elektronen in dieser Arbeit beruht auf *Fermis Goldener Regel*, wonach die Übergangsrate $S(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ zwischen Zuständen mit Wellenvektoren \mathbf{k} bzw. \mathbf{k}' gegeben ist durch (Lundstrom¹¹⁴)

$$S(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{\text{streu}}|^2 \delta(E^{\mathbf{k}'} - E^{\mathbf{k}} - \Delta E) , \quad (\text{D.1})$$

$$H_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{\text{streu}} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}} U^{\text{streu}}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3r \quad (\text{D.2})$$

mit dem Normierungsvolumen Ω , dem die Streuung verursachenden Störpotential $U^{\text{streu}}(\mathbf{r})$ und dem dabei verursachten Energieunterschied ΔE . Bei diesem Ansatz wurde nur der Ebene-Wellen-Anteil der Bloch-Funktionen berücksichtigt. Diese Näherung ist exakt¹¹⁴ für eine Effektivmassen-Dispersion

$$E^{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} , \quad (\text{D.3})$$

wie wir sie im folgenden annehmen werden.

Die Rate, mit der ein Zustand in einen beliebigen anderen Zustand gestreut wird, ist im Fall eines entarteten Elektronensystems gegeben durch¹¹⁴

$$\frac{1}{\tau(\mathbf{k})} = \sum_{\mathbf{k}', \uparrow} S(\mathbf{k}, \mathbf{k}') , \quad (\text{D.4})$$

wobei angenommen wird, daß der Streuvorgang den Spinzustand (z. B. \uparrow) nicht ändert. Die *Streuzeit* $\tau(\mathbf{k})$ ist die durchschnittliche Zeit zwischen Streuvorgängen bzw. die Lebensdauer des Zustands mit Wellenvektor \mathbf{k} .

Für nicht-isotrope Streumechanismen (z. B. Kleinwinkelstreuung an geladenen Störstellen) ist nach der Zeit $\tau(\mathbf{k})$ die Information über den Anfangsimpuls noch nicht abgebaut. Dieser zerfällt auf der Zeitskala der Impulsrelaxationszeit $\tau_1(\mathbf{k})$, die durch¹¹⁴

$$\frac{1}{\tau_1(\mathbf{k})} = \sum_{\mathbf{k}', \uparrow} S(\mathbf{k}, \mathbf{k}') (1 - \cos \theta) \quad (\text{D.5})$$

definiert ist. Im hier angenommenen Fall elastischer Streuung ist $\tau_1(\mathbf{k})$ nur abhängig von der Energie $E^{\mathbf{k}}$ und bestimmt die experimentell zugängliche Beweglichkeit $\mu = \frac{e}{m^*} \tau_{\text{tr}}$ nach^{8, 114}

$$\tau_{\text{tr}} = \frac{\int_0^\infty dE Z(E) E \frac{\partial F_0}{\partial E} \tau_1(E)}{\int_0^\infty dE Z(E) E \frac{\partial F_0}{\partial E}} . \quad (\text{D.6})$$

Hierbei ist F_0 die Verteilungsfunktion (2.19) und die Zustandsdichte $Z(E)$ ist proportional zu \sqrt{E} in *bulk* und unabhängig von der Energie in zweidimensionalen Systemen.

Im Rahmen der erwähnten Näherungen läßt sich die Impulsrelaxationszeit τ_1 für zahlreiche Streumechanismen als Potenzfunktion der Energie E darstellen:^{114, 158}

$$\tau_1(E) = \Xi E^s , \quad (\text{D.7})$$

wobei Ξ vom Streumechanismus und der Temperatur abhängt. Die Exponenten s sind in Tabelle D.1 für zahlreiche Streumechanismen angegeben. Die dort angegebenen Werte für zweidimensionale Systeme ergeben sich dabei aus den Literaturwerten für Volumenmaterialien durch folgende Überlegung: Die Impulsstreuraten sind proportional zur Zustandsdichte (Lundstrom¹¹⁴), also

$$\frac{1}{\tau_1^{3\text{D}}} \propto \sqrt{E} E^{-s^{3\text{D}}-1/2} , \quad \frac{1}{\tau_1^{2\text{D}}} \propto \text{const}_E \cdot E^{\overbrace{-s^{3\text{D}}-1/2}^{=-s^{2\text{D}}}} , \quad (\text{D.8})$$

und damit $s^{2\text{D}} = s^{3\text{D}} + 1/2$. Die daraus erhaltenen Werte $s^{2\text{D}}$ sind für einige der angegebenen Streumechanismen in verschiedenen Arbeiten (Hess,⁸¹ Lee *et al.*¹¹²) explizit angegeben.

Streumechanismus		3D		2D		
		s^{3D}	r_{Hall}^{3D}	s^{2D}	$\frac{\tau_3}{\tau_1}$	r_{Hall}^{2D}
Typ I:	akustische Phononen (Deformationspotential)	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3\pi}{8}$	0	1	1
	optische Phononen (Deformationspotential)					
	ionisierte Störstellen (stark abgeschirmt)					
	ungeladene Störstellen					
	Legierungsstreuung (<i>alloy scattering</i>)					
	Interface-Rauhigkeit (<i>interface roughness</i> , nur 2D)					
Typ II:	akustische Phononen (polar bzw. piezoelektrisch)	$+\frac{1}{2}$	$\frac{45\pi}{128}$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{5}$
	optische Phononen (polar)					
Typ III:	ionisierte Störstellen (schwach abgeschirmt)	$+\frac{3}{2}$	$\frac{415\pi}{512}$	2	$\frac{1}{9}$	$\frac{99}{35}$

TABELLE D.1: *Energieabhängigkeit, Winkelcharakteristik und Hall-Faktoren verschiedener Streumechanismen: Angegeben sind die Exponenten für die Energieabhängigkeit der Impulsrelaxationszeit nach Formel (D.7) für Volumenmaterial (s^{3D}) (Singh;¹⁵⁸ Gantmakher & Levinson⁶⁷) und zweidimensionale Systeme (s^{2D}), wobei $s^{2D} = s^{3D} + 1/2$ (vgl. Gl. (D.8)). Die Winkelabhängigkeit der Streuung wird durch das Verhältnis der Streuzeiten τ_3/τ_1 charakterisiert (vgl. Abschnitt D.2). Der Hall-Faktor r_{Hall} gibt das Verhältnis von Hall- und Transport-Beweglichkeit an (vgl. Abschnitt D.3).*

D.2 Winkelabhängigkeit

Um die Winkelabhängigkeit der Streuung in zweidimensionalen Systemen[†] zu charakterisieren, führt man analog zu τ_1 in Gl. (D.5) die Zeit τ_3 ein:⁸

$$\frac{1}{\tau_3(\mathbf{k})} = \sum_{\mathbf{k}', \uparrow} S(\mathbf{k}, \mathbf{k}') (1 - \cos 3\theta) . \quad (\text{D.9})$$

τ_3 kann als Zeitintervall interpretiert werden, in dem sich die ursprüngliche Bewegungsrichtung um den Winkel $\pi/6$ ändert. In diesem Bild entspricht die Zeit τ_1 einer Winkeländerung von $\pi/2$. Daher ist das Verhältnis τ_3/τ_1 für isotrope Streuung gleich eins und nimmt für Kleinwinkelstreuung kleinere Werte an (Pikus & Pikus¹³⁹). Die in Tabelle D.1 angegebenen Werte für das Verhältnis der Streuzeiten τ_3/τ_1 in Quantenstrukturen wurden durch Auswertung der Gln. (D.5), (D.9) berechnet und stimmen mit den Werten von Lau *et al.*¹¹¹ überein, soweit sie dort angegeben werden. Die Streumechanismen vom Typ I sind isotrop, während für Typ II und III die Streuung um kleine Winkel zunehmend wahrscheinlicher wird.

D.3 Hall- und Transport-Beweglichkeit

Unter den hier gemachten Annahmen unterscheidet sich die aus der Messung des Hall-Effektes bestimmte Beweglichkeit μ_{Hall} von der (z. B. aus der experimentellen Leitfähigkeit erhaltenen) Transport-Beweglichkeit μ_{tr} um den sogenannten Hall-Faktor^{114, 158}

$$r_{\text{Hall}} = \frac{\mu_{\text{Hall}}}{\mu_{\text{tr}}} , \quad (\text{D.10})$$

dessen Werte in Tab. D.1 gemäß^{114, 158}

$$r_{\text{Hall}} = \frac{\Gamma(2s + 5/2)\Gamma(5/2)}{[\Gamma(s + 5/2)]^2} \quad (\text{D.11})$$

aus den Exponenten s (für 3D bzw. 2D) mit Hilfe der Gamma-Funktion⁷⁶ berechnet wurden. Es ergibt sich, daß $1 \leq r_{\text{Hall}} \leq 99/35$, d. h. die Transport-Beweglichkeit μ_{tr} ist kleiner oder gleich der Hall-Beweglichkeit μ_{Hall} .

[†]In dreidimensionalen Systemen ist die charakteristische Streuzeit τ_3 anders definiert (Pikus & Titkov¹⁴¹).

ANHANG E

Transformation des Luttinger-Hamiltonian

In diesem Abschnitt wird der für die Drehimpuls-Quantisierungsrichtung [001] formulierte 4×4 -Luttinger-Hamiltonian (vgl. Anhang A) zu einer beliebigen Drehimpuls-Quantisierungsrichtung vom Typ[†] $[mml]$ transformiert.

E.1 Transformation der Wellenvektoren

Wir definieren in einem ersten Schritt eine neue Basis des Koordinatensystems durch die Vektoren

$$\hat{\mathbf{e}}'_x = \left(\frac{\cos \beta}{\sqrt{2}}, \frac{\cos \beta}{\sqrt{2}}, -\sin \beta \right), \quad (\text{E.1a})$$

$$\hat{\mathbf{e}}'_y = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right), \quad (\text{E.1b})$$

$$\hat{\mathbf{e}}'_z = \left(\frac{\sin \beta}{\sqrt{2}}, \frac{\sin \beta}{\sqrt{2}}, \cos \beta \right), \quad (\text{E.1c})$$

[†] Alle Richtungen in der Ebene ($\bar{1}10$) lassen sich in dieser Form darstellen (Ganichev *et al.*⁶⁶).

entsprechend den Richtungen $[l\overline{l}2m]$, $[\overline{1}10]$ und $[mml]$. Aus der Bedingung $\sum_i k_i \hat{\mathbf{e}}_i = \sum_i k'_i \hat{\mathbf{e}}'_i$ ergibt sich für die Darstellung eines Vektors

$$k_x = \frac{\cos \beta}{\sqrt{2}} k'_x - \frac{1}{\sqrt{2}} k'_y + \frac{\sin \beta}{\sqrt{2}} k'_z, \quad (\text{E.2a})$$

$$k_y = \frac{\cos \beta}{\sqrt{2}} k'_x + \frac{1}{\sqrt{2}} k'_y + \frac{\sin \beta}{\sqrt{2}} k'_z, \quad (\text{E.2b})$$

$$k_z = -\sin \beta k'_x + \cos \beta k'_z. \quad (\text{E.2c})$$

Die Größe

$$\beta = \arccos \left(\frac{l}{\sqrt{2m^2 + l^2}} \right) \quad (\text{E.3})$$

gibt dabei den Winkel zwischen neuer und alter Quantisierungsrichtung an. Mit Hilfe dieser Beziehungen lassen sich die Einträge des alten Koordinatensystems durch die neuen Koordinaten ausdrücken.

E.2 Transformation der Drehimpuls-Quantisierungsrichtung

Die Transformation der Drehimpuls-Quantisierungsrichtung erfolgt mittels einer unitären Transformation des Luttinger-Hamiltonian $H(\mathbf{k})$ (Sakurai¹⁴⁹):

$$H'(\mathbf{k}) = U_{3/2}^\dagger H(\mathbf{k}) U_{3/2}. \quad (\text{E.4})$$

In der Basis der Zustände zum Gesamtdrehimpuls $j = 3/2$, also $\{ |m = +3/2\rangle, |m = +1/2\rangle, |m = -1/2\rangle, |m = -3/2\rangle \}$ kann man die Transformationsmatrix darstellen als

$$(U_{3/2})_{m'm} = e^{-im'\pi/4} d_{m'm}^{3/2}(\beta) \quad m', m \in \{3/2, 1/2, -1/2, -3/2\}, \quad (\text{E.5})$$

mit

$$d^{3/2}(\beta) = \begin{pmatrix} \tilde{C}^3 & -\sqrt{3}\tilde{C}^2\tilde{S} & \sqrt{3}\tilde{C}\tilde{S}^2 & -\tilde{S}^3 \\ \sqrt{3}\tilde{C}^2\tilde{S} & \tilde{C}^3 - 2\tilde{C}\tilde{S}^2 & \tilde{S}^3 - 2\tilde{C}^2\tilde{S} & \sqrt{3}\tilde{C}\tilde{S}^2 \\ \sqrt{3}\tilde{C}\tilde{S}^2 & -(\tilde{S}^3 - 2\tilde{C}^2\tilde{S}) & \tilde{C}^3 - 2\tilde{C}\tilde{S}^2 & -\sqrt{3}\tilde{C}^2\tilde{S} \\ \tilde{S}^3 & \sqrt{3}\tilde{C}\tilde{S}^2 & \sqrt{3}\tilde{C}^2\tilde{S} & \tilde{C}^3 \end{pmatrix}, \quad (\text{E.6})$$

wobei

$$\tilde{C} = \cos \frac{\beta}{2} \quad \text{und} \quad \tilde{S} = \sin \frac{\beta}{2}. \quad (\text{E.7})$$

Durch Ausführen der Transformation (E.4) und Einsetzen von (E.2) erhält man den transformierten Hamiltonian in Abhängigkeit von den transformierten Wellen-

vektoren \mathbf{k}' , wobei hier die \mathbf{k} -linearen Terme (mit Vorfaktor C) vernachlässigt werden:

$$H'(\mathbf{k}') = \begin{pmatrix} A & B & D & 0 \\ B^* & A' & 0 & D \\ D^* & 0 & A' & -B \\ 0 & D^* & -B^* & A \end{pmatrix} \quad (\text{E.8})$$

mit

$$\begin{aligned} A = \varepsilon \bigg\{ & -\gamma_1(k_{\parallel}^{\prime 2} + k_z^{\prime 2}) - \gamma_2(k_{\parallel}^{\prime 2} - 2k_z^{\prime 2}) \\ & + (\gamma_3 - \gamma_2)\frac{3}{2}[-3S'^2 C'^2 k_x^{\prime 2} - S'^2 k_y^{\prime 2} + S'^2(1 + 3C'^2)k_z^{\prime 2} \\ & + 6S'C'(3C'^2 - 1)k'_x k'_z] \bigg\}, \end{aligned} \quad (\text{E.9a})$$

$$\begin{aligned} A' = \varepsilon \bigg\{ & -\gamma_1(k_{\parallel}^{\prime 2} + k_z^{\prime 2}) + \gamma_2(k_{\parallel}^{\prime 2} - 2k_z^{\prime 2}) \\ & + (\gamma_3 - \gamma_2)\frac{3}{2}[3S'^2 C'^2 k_x^{\prime 2} + S'^2 k_y^{\prime 2} - S'^2(3C'^2 + 1)k_z^{\prime 2} \\ & - 2C'S'(3C'^2 - 1)k'_x k'_z] \bigg\}, \end{aligned} \quad (\text{E.9b})$$

$$\begin{aligned} B = \varepsilon \bigg\{ & 2\sqrt{3}\gamma_2(k'_x - ik'_y)k'_z \\ & + (\gamma_3 - \gamma_2)\sqrt{3}[S'C'(3S'^2 - 1)k_x^{\prime 2} - S'C'k_y^{\prime 2} + S'C'(3C'^2 - 1)k_z^{\prime 2} \\ & + 2(1 - 3S'^2 C'^2)k'_x k'_z + i2C'S'k'_x k'_y - i2C'^2 k'_y k'_z] \bigg\}, \end{aligned} \quad (\text{E.9c})$$

$$\begin{aligned} D = \varepsilon \bigg\{ & \sqrt{3}\gamma_2(k_x^{\prime 2} - k_y^{\prime 2}) - 2i\sqrt{3}\gamma_2 k'_x k'_y \\ & + (\gamma_3 - \gamma_2)\frac{\sqrt{3}}{2}[C'^2(5 - 3C'^2)k_x^{\prime 2} - (1 + C'^2)k_y^{\prime 2} + S'^2(1 - 3C'^2)k_z^{\prime 2} \\ & + 6S'^3 C'k'_x k'_z - 4iS'^2 k'_x k'_y + 4iS'C'k'_y k'_z] \bigg\}. \end{aligned} \quad (\text{E.9d})$$

Hierbei wurden die Abkürzungen

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2}{2m_0}, \quad C' = \cos \beta, \quad S' = \sin \beta \quad (\text{E.10})$$

verwendet.

Die Ergebnisse stimmen für die Wachstumsrichtungen [001], [111] und [110] mit den von Trebin *et al.*¹⁷⁰ angegebenen Resultaten überein.

Die Transformation des Zusatzbeitrags zum Luttinger-Hamiltonian mit Beiträgen linear im Wellenvektor ergibt:

$$H_{k\text{-lin}}(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2}Ck_+ & Ck_z & -\frac{\sqrt{3}}{2}Ck_- \\ -\frac{1}{2}Ck_- & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}Ck_+ & -Ck_z \\ Ck_z & \frac{\sqrt{3}}{2}Ck_- & 0 & -\frac{1}{2}Ck_+ \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}Ck_+ & -Ck_z & -\frac{1}{2}Ck_- & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{E.11})$$

Wir beschränken uns auf diejenigen Einträge auf der Diagonalen, die eine Spinaufspaltung der schweren Löcher beschreiben und erhalten dafür im transformierten Hamiltonian $H'_{k-\text{lin}}(\mathbf{k}')$:

$$(H'_{k-\text{lin}}(\mathbf{k}'))_{1,1} = -(H'_{k-\text{lin}}(\mathbf{k}'))_{4,4} = \frac{3C}{4\sqrt{3}}k'_y S'(3C'^2 - 1). \quad (\text{E.12})$$

Dieser Beitrag beschreibt ein effektives Feld in Quantisierungsrichtung $\hat{\mathbf{e}}'_z$, das zu einer Spinaufspaltung in den *heavy-hole*-(Sub-)Bändern führt. Der Beitrag verschwindet entlang der k'_x -Achse sowie für die Quantisierungsrichtungen [001] und [111].

E.3 Berechnung des transformierten Geschwindigkeitsoperators

Aus Gl. (E.8) berechnen wir den transformierten Geschwindigkeitsoperator $\hat{\mathbf{v}}'(\mathbf{k}')$ gemäß

$$\hat{\mathbf{v}}'(\mathbf{k}') = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\mathbf{k}'} H'(\mathbf{k}') = \begin{pmatrix} \mathbf{v}'_A & \mathbf{v}'_B & \mathbf{v}'_D & 0 \\ \mathbf{v}'_B^* & \mathbf{v}'_{A'} & 0 & \mathbf{v}'_D \\ \mathbf{v}'_D^* & 0 & \mathbf{v}'_{A'} & -\mathbf{v}'_B \\ 0 & \mathbf{v}'_D^* & -\mathbf{v}'_B^* & \mathbf{v}'_A \end{pmatrix} \quad (\text{E.13})$$

mit den Einträgen

$$\begin{aligned} \mathbf{v}'_A = \frac{\varepsilon}{\hbar} \Big\{ & -\gamma_1(\mathbf{e}'_+ k'_- + \mathbf{e}'_- k'_+ + 2k'_z \hat{\mathbf{e}}'_z) - \gamma_2(\mathbf{e}'_+ k'_- + \mathbf{e}'_- k'_+ - 4k'_z \hat{\mathbf{e}}'_z) \\ & + (\gamma_3 - \gamma_2) [-9S'^2 C'^2 k'_x \hat{\mathbf{e}}'_x - 3S'^2 k'_y \hat{\mathbf{e}}'_y + 3S'^2 (1 + 3C'^2) k'_z \hat{\mathbf{e}}'_z \\ & + 9S' C' (3C'^2 - 1) (k'_x \hat{\mathbf{e}}'_z + k'_z \hat{\mathbf{e}}'_x)] \Big\}, \end{aligned} \quad (\text{E.14a})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}'_{A'} = \frac{\varepsilon}{\hbar} \Big\{ & -\gamma_1(\mathbf{e}'_+ k'_- + \mathbf{e}'_- k'_+ + 2k'_z \hat{\mathbf{e}}'_z) + \gamma_2(\mathbf{e}'_+ k'_- + \mathbf{e}'_- k'_+ - 4k'_z \hat{\mathbf{e}}'_z) \\ & + (\gamma_3 - \gamma_2) [9S'^2 C'^2 k'_x \hat{\mathbf{e}}'_x + 3S'^2 k'_y \hat{\mathbf{e}}'_y - 3S'^2 (3C'^2 + 1) k'_z \hat{\mathbf{e}}'_z \\ & - 3C' S' (3C'^2 - 1) (k'_x \hat{\mathbf{e}}'_z + k'_z \hat{\mathbf{e}}'_x)] \Big\}, \end{aligned} \quad (\text{E.14b})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}'_B = \frac{\varepsilon}{\hbar} \Big\{ & 2\sqrt{3}\gamma_2(\mathbf{e}'_- k'_z + k'_- \hat{\mathbf{e}}'_z) \\ & + (\gamma_3 - \gamma_2)\sqrt{3} [S' C' (3S'^2 - 1) 2k'_x \hat{\mathbf{e}}'_x - S' C' 2k'_y \hat{\mathbf{e}}'_y \\ & + S' C' (3C'^2 - 1) 2k'_z \hat{\mathbf{e}}'_z + 2(1 - 3S'^2 C'^2) (k'_x \hat{\mathbf{e}}'_z + k'_z \hat{\mathbf{e}}'_x) \\ & + C' S' (k'_+ \mathbf{e}'_+ - k'_- \mathbf{e}'_-) - i2C'^2 (k'_y \hat{\mathbf{e}}'_z + k'_z \hat{\mathbf{e}}'_y)] \Big\}, \end{aligned} \quad (\text{E.14c})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}'_D = \frac{\varepsilon}{\hbar} \Big\{ & \sqrt{3}\gamma_2 2k'_- \mathbf{e}'_- \\ & + (\gamma_3 - \gamma_2)\sqrt{3} [C'^2 (5 - 3C'^2) k'_x \hat{\mathbf{e}}'_x - (1 + C'^2) k'_y \hat{\mathbf{e}}'_y \\ & + S'^2 (1 - 3C'^2) k'_z \hat{\mathbf{e}}'_z + 3S'^3 C' (k'_x \hat{\mathbf{e}}'_z + k'_z \hat{\mathbf{e}}'_x) \\ & - S'^2 (k'_+ \mathbf{e}'_+ - k'_- \mathbf{e}'_-) + 2iS' C' (k'_y \hat{\mathbf{e}}'_z + k'_z \hat{\mathbf{e}}'_y)] \Big\}. \end{aligned} \quad (\text{E.14d})$$

Es wurden die Abkürzungen

$$\mathbf{e}'_{\pm} = \hat{\mathbf{e}}'_x \pm i\hat{\mathbf{e}}'_y \quad \text{und} \quad k'_{\pm} = k'_x \pm ik'_y \quad (\text{E.15})$$

verwendet.

Abbildungsverzeichnis

1	Spintransistor (schematisch)	2
2	Schematischer Aufbau eines Quantentrog	3
3	Asymmetrisch dotierter Quantentrog und Heterostruktur	4
1.1	GaAs-Bandstruktur	6
1.2	Bandstruktur und Parameter beim erweiterten Kane-Modell	11
2.1	Schema der Spinrelaxation nach Bir-Aronov-Pikus	17
2.2	Spinaufspaltung einer (001)-AlAs/GaAs-Heterostruktur	22
2.3	Schema des D'yakonov-Perel'-Spinrelaxationsmechanismus	24
2.4	Spinaufspaltungs-Parameter im Vergleich mit Averkiev <i>et al.</i>	31
2.5	Spinrelaxationsraten in AlAs/GaAs: Vergleich mit Averkiev <i>et al.</i>	32
2.6	Spinaufspaltungs-Parameter für asymmetrisch dotierte Al _{0.35} Ga _{0.65} As/GaAs- und Al _{0.3} Ga _{0.7} Sb/InAs-Quantentröge	33
2.7	Spinrelaxationsraten für Al _{0.35} Ga _{0.65} As/GaAs- und Al _{0.3} Ga _{0.7} Sb/InAs-Quantentröge	34
2.8	Mittlere Betragsquadrate der effektiven Feldkomponenten in $[\mp 110]$ - Richtung	36
2.9	Spinrelaxationsraten für die 100 Å-Tröge aus Abb. 2.7 für verschiede- ne Temperaturen	39
2.10	Messung der Spinrelaxation mit dem <i>pump-probe</i> -Verfahren	42
2.11	Berechnete Spinaufspaltungsparameter für Al _{0.4} Ga _{0.6} As/GaAs-Tröge mit $L = 75$ Å	44
2.12	Berechnete Spinrelaxationszeiten im Vergleich mit Meßergebnissen von Terauchi <i>et al.</i>	45

2.13	Berechnete Spinrelaxationszeiten im Vergleich mit Messungen von Ohno <i>et al.</i>	46
3.1	Interface GaAs/AlAs	50
3.2	Spinaufspaltungs-Parameter einer GaAs/AlAs-Heterostruktur (mit Interfaceterm)	60
3.3	Spinaufspaltungs-Parameter einer $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}$ /InP-Heterostruktur (mit Interfaceterm)	60
3.4	Spinaufspaltungs-Parameter von symmetrisch dotierten GaAs/AlAs-Quantentrögen (mit Interfaceterm)	61
3.5	Spinaufspaltungs-Parameter von symmetrisch dotierten $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}$ /InP-Quantentrögen (mit Interfaceterm)	62
3.6	Vergleich der Spinrelaxationsraten einer GaAs/AlAs-Heterostruktur mit und ohne Interfaceterm	65
3.7	Vergleich der Spinrelaxationsraten einer $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}$ /InP-Heterostruktur mit und ohne Interfaceterm	65
3.8	Vergleich der Spinrelaxationsraten für symmetrisch dotierte GaAs/AlAs-Quantentröge mit und ohne Interfaceterm	66
3.9	Vergleich der Spinrelaxationsraten für symmetrisch dotierte $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.53}\text{As}$ /InP-Quantentröge mit und ohne Interfaceterm	67
4.1	Vereinfachtes Modell des zirkular photogalvanischen Effektes in einem p -dotierten Quantentrog	72
4.2	Linear und zirkular photogalvanischer Strom pro Intensität als Funktion der Intensität	74
4.3	Ursache der unterschiedlichen Sättigungsintensitäten für zirkulare und lineare Polarisierung	75
4.4	Temperaturabhängigkeit der gemessenen Sättigungsintensitäten	76
4.5	Dispersion von Lochsubbändern	85
4.6	Absorptionsspektren für verschiedene Trogbreiten	87
4.7	Verbreiterung Δ^G in der \mathbf{k}'_{\parallel} -Ebene	89
4.8	Vergleich der Absorptionsspektren für verschiedene Polarisierungen und Verbreiterungen	91
4.9	Temperaturabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten	93
4.10	Extrahierte Spinrelaxationszeiten für Löcher	94
4.11	Effizienz der Spinorientierung der Löcher	101

Tabellenverzeichnis

1.1	Die Basisfunktionen $ jm\rangle$ des erweiterten Kane-Modells	12
2.1	Fitparameter zu Abb. 2.2	22
2.2	Probenparameter und Spinrelaxationszeiten im Experiment von Terauchi <i>et al.</i>	43
3.1	Abschätzung für die Größe der Interface-induzierten Spinaufspaltung	57
3.2	Vergleich der Ergebnisse für den Interface-Term mit der Abschätzung von Tab. 3.1	63
B.1	Valenzband-Offsets und Stärke des Interfaceterms	115
B.2	Verwendete Bandstrukturparameter	116
D.1	Energieabhängigkeit, Winkelcharakteristik und Hall-Faktoren für verschiedene Streumechanismen	121

Literaturverzeichnis

- ¹ T. ADACHI, Y. OHNO, F. MATSUKURA, und H. OHNO, *Spin relaxation in n-modulation doped GaAs/AlGaAs(110) quantum wells*, Physica E **10**, 36 (2001).
- ² T. ADACHI, Y. OHNO, R. TERAUCHI, F. MATSUKURA, und H. OHNO, *Mobility dependence of electron spin relaxation time in n-type InGaAs/InAlAs multiple quantum wells*, Physica E **7**, 1015 (2000).
- ³ I. L. ALEINER und E. L. IVCHENKO, *Anisotropic exchange splitting in type-II GaAs/AlAs superlattices*, JETP Lett. **55**, 692 (1992), [Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **55**, 662 (1992)].
- ⁴ L. ALLEN und J. H. EBERLY, *Interscience Monographs and Texts in Physics and Astronomy*, in *Optical Resonance and two-level Atoms*, Band 28, Wiley-Interscience, New York, 1975.
- ⁵ T. ANDO, A. B. FOWLER, und F. STERN, *Electronic properties of two-dimensional systems*, Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982), S. 466f.
- ⁶ N. S. AVERKIEV und L. E. GOLUB, *Giant spin relaxation anisotropy in zinc-blende heterostructures*, Phys. Rev. B **60**, 15582 (1999).
- ⁷ N. S. AVERKIEV, L. E. GOLUB, und M. WILLANDER, *Spin relaxation anisotropy in two-dimensional semiconductor systems*, J. Phys.: Condens. Matter **14**, R271 (2002).
- ⁸ N. S. AVERKIEV, L. E. GOLUB, und M. WILLANDER, *Spin Relaxation in Asymmetrical Heterostructures*, Semicond. **36**, 91 (2002), [Fiz. Tekh. Poluprovodn. **36**, 97 (2002)].

- ⁹ D. D. AWSCHALOM, D. LOSS, und N. SAMARTH, *Semiconductor Spintronics and Quantum Computation*, in *Nanoscience and technology*, herausgegeben von K. VON KLITZING, H. SAKAKI, und R. WIESENDANGER, Springer, Berlin, 2002.
- ¹⁰ M. N. BAIBICH, J. M. BROTO, A. FERT, F. NGUYEN VAN DAU, F. PETROFF, P. EITENNE, G. CREUZET, A. FRIEDERICH, und J. CHAZELAS, *Giant Magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr Magnetic Superlattices*, Phys. Rev. Lett. **61**, 2472 (1988).
- ¹¹ A. BALDERESCHI und N. O. LIPARI, *Spherical Model of Shallow Acceptor States in Semiconductors*, Phys. Rev. B **8**, 2697 (1973).
- ¹² F. BASSANI und G. PASTORI PARRAVICINI, *The Science of the Solid State, in Electronic States and Optical Transitions in Solids*, herausgegeben von R. A. BALLINGER, Band 8, Pergamon Press, Oxford, 1975.
- ¹³ G. BASTARD, *Wave Mechanics applied to Semiconductor Heterostructures*, Les Editions de Physique, Les Ulis Cedex, 1988.
- ¹⁴ G. BASTARD, J. A. BRUM, und R. FERREIRA, *Electronic States in Semiconductor Heterostructures*, in *Solid State Physics: Advances in Research and Applications*, herausgegeben von H. EHRENREICH und D. TURNBULL, Band 44, Academic Press, San Diego, 1991.
- ¹⁵ V. I. BELINICHER und B. I. STURMAN, *The photogalvanic effect in media lacking a center of symmetry*, Sov. Phys. Usp. **23**, 199 (1980), [Usp. Fiz. Nauk **130**, 415, (1980)].
- ¹⁶ D. J. BENDANIEL und C. B. DUKE, *Space-Charge Effects on Electron Tunneling*, Phys. Rev. **152**, 683 (1966).
- ¹⁷ G. BINASCH, P. GRÜNBERG, F. SAURENBACH, und W. ZINN, *Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange*, Phys. Rev. B **39**, 4828 (1989).
- ¹⁸ G. L. BIR, A. G. ARONOV, und G. E. PIKUS, *Spin relaxation of electrons due to scattering by holes*, Sov. Phys. JETP **42**, 705 (1976), [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **69**, 1382 (1975)].
- ¹⁹ E. I. BLOUNT, *Formalisms of Band Theory*, in *Solid State Physics: Advances in Research and Applications*, herausgegeben von F. SEITZ und D. TURNBULL, Band 13, Academic Press, New York, 1962.
- ²⁰ D. BOUWMEESTER, A. EKERT, und A. ZEILINGER (Hrsg.), *The Physics of Quantum Information*, Springer, Berlin, 2001.

- ²¹ M. A. BRAND, A. MALINOWSKI, O. Z. KARIMOV, P. A. MARSDEN, R. T. HARLEY, A. J. SHIELDS, D. SANVITTO, D. A. RITCHIE, und M. Y. SIMMONS, *Precession and Motional Slowing of Spin Evolution in a High Mobility Two-Dimensional Electron Gas*, Phys. Rev. Lett. **89**, 236601 (2002).
- ²² M. BRAUN und U. RÖSSLER, *Magneto-optic transitions and non-parabolicity parameters in the conduction band of semiconductors*, J. Phys. C: Solid State Phys. **18**, 3365 (1985).
- ²³ YU. A. BYCHKOV und É. I. RASHBA, *Properties of a 2D electron gas with lifted spectral degeneracy*, JETP Lett. **39**, 78 (1984), [Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **39**, 66 (1984)].
- ²⁴ M. CARDONA, *Band Parameters of Semiconductors with Zincblende, Wurtzite, and Germanium Structure*, J. Phys. Chem. Solids **24**, 1543 (1963).
- ²⁵ M. CARDONA, F. H. POLLAK, und J. G. BROERMAN, *Band Structure of Gallium Arsenide: Spin-Orbit Splitting*, Phys. Lett. **19**, 276 (1965).
- ²⁶ X. CARTOIXÀ, D. Z.-Y. TING, und T. C. MCGILL, *An efficient multiband envelope function approximation method for spintronics*, Nanotechnology **14**, 308 (2003).
- ²⁷ Y.-C. CHANG und R. B. JAMES, *Saturation of intersubband transitions in p-type semiconductor quantum wells*, Phys. Rev. B **39**, 12672 (1989).
- ²⁸ Y.-C. CHANG und J. N. SCHULMAN, *Modification of optical properties of GaAs-Ga_{1-x}Al_xAs superlattices due to band mixing*, Appl. Phys. Lett. **43**, 536 (1983).
- ²⁹ Y.-C. CHANG und J. N. SCHULMAN, *Interband optical transitions in GaAs-Ga_{1-x}Al_xAs and InAs-GaSb superlattices*, Phys. Rev. B **31**, 2069 (1985).
- ³⁰ J. R. CHELIKOWSKY und M. L. COHEN, *Nonlocal pseudopotential calculations for the electronic structure of eleven diamond and zinc-blende semiconductors*, Phys. Rev. B **14**, 556 (1976).
- ³¹ H. H. CHEN und Y.-H. WANG, *Near 10 μ m Intervalence Subband Optical Transitions in p-type In_{0.49}Ga_{0.51}P-GaAs Quantum Well Structures*, IEEE J. Quantum Electron. **32**, 471 (1996).
- ³² Y. H. CHEN, Z. YANG, Z. G. WANG, X. BO, und J. B. LIANG, *Quantum-well anisotropic forbidden transitions induced by a common-atom interface potential*, Phys. Rev. B **60**, 1783 (1999).

- ³³ T. CHO, H. KIM, Y. KWON, und S. HONG, *Theoretical Comparison of (111) and (100) GaAs/AlGaAs p-Type Quantum Well Infrared Photodetectors*, Jpn. J. Appl. Phys. **35**, 2164 (1996).
- ³⁴ Trinity College Dublin, Department of Physics, Group of J. M. D. Coey, <http://www.tcd.ie/Physics/Magnetism/Research/spinelec.php>, 18.11.2003.
- ³⁵ S. CORTEZ, O. KREBS, und P. VOISIN, *In-plane optical anisotropy of quantum well structures: From fundamental considerations to interface characterization and optoelectronic engineering*, J. Vac. Sci. Technol. B **18**, 2232 (2000).
- ³⁶ S. CORTEZ, O. KREBS, und P. VOISIN, *Breakdown of rotational symmetry at semiconductor interfaces: a microscopic description of valence subband mixing*, Eur. Phys. J. B **21**, 241 (2001).
- ³⁷ J. P. CUYPERS und W. VAN HAERINGEN, *Connection rules for envelope function at semiconductor-heterostructure interfaces*, Phys. Rev. B **47**, 10310 (1993).
- ³⁸ T. C. DAMEN, L. VIÑA, J. E. CUNNINGHAM, J. SHAH, und L. J. SHAM, *Subpicosecond Spin Relaxation Dynamics of Excitons and Free Carriers in GaAs Quantum Wells*, Phys. Rev. Lett. **67**, 3422 (1991).
- ³⁹ R. G. DANDREA und C. B. DUKE, *Interfacial atomic structure and band offsets at semiconductor heterojunctions*, J. Vac. Sci. Technol. B **10**, 1744 (1992).
- ⁴⁰ A. DÄRR, J. P. KOTTHAUS, und T. ANDO, *Electron-spin resonance in an inversion layer on InSb*, in *Physics of Semiconductors – Proceedings of the 13th International Conference*, herausgegeben von F. G. FUMI, Seite 774, Rom, 1976.
- ⁴¹ B. DAS, D. C. MILLER, S. DATTA, R. REIFENBERGER, W. P. HONG, P. K. BHATTACHARYA, J. SINGH, und M. JAFFE, *Evidence for spin splitting in $In_xGa_{1-x}As/In_{0.52}Al_{0.48}As$ heterostructures as $B \rightarrow 0$* , Phys. Rev. B **39**, 1411 (1989).
- ⁴² S. DATTA und B. DAS, *Electronic analog of the electro-optic modulator*, Appl. Phys. Lett. **56**, 665 (1990).
- ⁴³ R. H. DICKE, *The Effect of Collisions upon the Doppler Width of Spectral Lines*, Phys. Rev. **89**, 472 (1953).
- ⁴⁴ D. P. DIVINCENZO, D. BACON, J. KEMPE, G. BURKARD, und K. B. WHALEY, *Universal quantum computation with the exchange interaction*, Nature **408**, 339 (2000).
- ⁴⁵ DPG - Welt der Physik - Spintronik, D. Grundler, <http://www.weltderphysik.de>, 17.11.2003.

- ⁴⁶ G. DRESSELHAUS, *Spin-Orbit Coupling Effects in Zinc Blende Structures*, Phys. Rev. **100**, 580 (1955).
- ⁴⁷ M. I. D'YAKONOV und V. YU. KACHOROVSKII, *Spin relaxation of two-dimensional electrons in noncentrosymmetric semiconductors*, Sov. Phys. Semicond. **20**, 110 (1986), [Fiz. Tekh. Poluprovodn. **20**, 178 (1986)].
- ⁴⁸ M. I. D'YAKONOV und V. I. PEREL', *Spin orientation of electrons associated with the interband absorption of light in semiconductors*, Sov. Phys. JETP **33**, 1053 (1971), [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **60**, 1954 (1971)].
- ⁴⁹ M. I. D'YAKONOV und V. I. PEREL', *Spin relaxation of conduction electrons in noncentrosymmetric semiconductors*, Sov. Phys. Solid State **13**, 3023 (1972), [Fiz. Tverd. Tela, **13**, 3581 (1971)].
- ⁵⁰ M. I. D'YAKONOV und V. I. PEREL', *Optical orientation in a system of electrons and lattice nuclei in semiconductors*, Sov. Phys. JETP **38**, 177 (1973), [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **65**, 362 (1973)].
- ⁵¹ G. EDWARDS und J. C. INKSON, *Hole states in GaAs/AlAs heterostructures and the limitations of the Luttinger model*, Solid State Commun. **89**, 595 (1994).
- ⁵² R. J. ELLIOTT, *Theory of the Effect of Spin-Orbit Coupling on Magnetic Resonance in Some Semiconductors*, Phys. Rev. **96**, 266 (1954).
- ⁵³ R. J. EPSTEIN, D. T. FUCHS, W. V. SCHOENFELD, P. M. PETROFF, und D. D. AWSCHALOM, *Hanle effect measurements of spin lifetimes in InAs self-assembled quantum dots*, Appl. Phys. Lett. **78**, 733 (2001).
- ⁵⁴ F. F. FANG und W. E. HOWARD, *Negative field-effect mobility on (110) Si surfaces*, Phys. Rev. Lett. **16**, 797 (1966).
- ⁵⁵ R. FERREIRA und G. BASTARD, *Evaluation of some scattering times for electrons in unbiased and biased single- and multiple-quantum-well structures*, Phys. Rev. B **40**, 1074 (1989).
- ⁵⁶ R. FERREIRA und G. BASTARD, *"Spin"-flip scattering of holes in semiconductor quantum wells*, Phys. Rev. B **43**, 9687 (1991).
- ⁵⁷ R. FERREIRA und G. BASTARD, *Hole «Spin» Relaxation in Semiconductor Quantum Wells*, Europhys. Lett. **23**, 439 (1993).
- ⁵⁸ T. FROMHERZ, E. KOPPENSTEINER, M. HELM, G. BAUER, J.F. NÜTZEL, und G. ABSTREITER, *Hole energy levels and intersubband absorption in modulation-doped Si/Si_{1-x}Ge Saturation of intersubband transitions in p-type semiconductor quantum wells*, Phys. Rev. B **50**, 15073 (1994).

- ⁵⁹ S. GANICHEV, persönliche Mitteilung, 2002.
- ⁶⁰ S. GANICHEV, persönliche Mitteilung, 2003.
- ⁶¹ S. D. GANICHEV, S. N. DANILOV, V. V. BEL'KOV, E. L. IVCHENKO, M. BICHLER, W. WEGSCHEIDER, D. WEISS, und W. PRETTL, *Spin-Sensitive Bleaching and Monopolar Spin Orientation in Quantum Wells*, Phys. Rev. Lett. **88**, 57401 (2002).
- ⁶² S. D. GANICHEV, E. L. IVCHENKO, S. N. DANILOV, J. EROMS, W. WEGSCHEIDER, D. WEISS, und W. PRETTL, *Conversion of Spin into Directed Electric Current in Quantum Wells*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4358 (2001).
- ⁶³ S. D. GANICHEV, E. L. IVCHENKO, und W. PRETTL, *Photogalvanic effects in quantum wells*, Physica E **14**, 166 (2003).
- ⁶⁴ S. D. GANICHEV, H. KETTERL, W. PRETTL, E. L. IVCHENKO, und L. E. VOROBJEV, *Circular photogalvanic effect induced by monopolar spin in p-GaAs/AlGaAs multiple-quantum wells*, Appl. Phys. Lett. **77**, 3146 (2000).
- ⁶⁵ S. D. GANICHEV und W. PRETTL, *Spin photocurrents in quantum wells*, J. Phys.: Condens. Matter **15**, R935 (2003).
- ⁶⁶ S. D. GANICHEV, U. RÖSSLER, W. PRETTL, E. L. IVCHENKO, V. V. BEL'KOV, R. NEUMANN, K. BRUNNER, und G. ABSTREITER, *Removal of spin degeneracy in p-SiGe quantum wells demonstrated by spin photocurrents*, Phys. Rev. B **66**, 075328 (2002).
- ⁶⁷ V. F. GANTMAKHER und Y. B. LEVINSON, *Carrier Scattering in Metals and Semiconductors*, North-Holland, Amsterdam, 1987.
- ⁶⁸ C. GAUER, A. WIXFORTH, J. P. KOTTHAUS, B. BRAR, und H. KROEMER, *Spin phenomena in intersubband transitions*, Superlatt. Microstr. **19**, 241 (1996).
- ⁶⁹ M. M. GLAZOV, *Mechanism of the D'yakonov-Perel' Spin Relaxation in Frequent Electron-Electron Collisions in a Quantum Well with a Finite Width*, Phys. Solid State **45**, 1162 (2003), [Fiz. Tverd. Tela, **45**, 1108 (2003)].
- ⁷⁰ M. M. GLAZOV und L. E. GOLUB, persönliche Mitteilung, 2003.
- ⁷¹ M. M. GLAZOV und E. L. IVCHENKO, *Precession Spin Relaxation Mechanism Caused by Frequent Electron-Electron Collisions*, JETP Lett. **75**, 403 (2002), [Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **75**, 476 (2002)].

- ⁷² M. M. GLAZOV, E. L. IVCHENKO, M. A. BRAND, O. Z. KARIMOV, und R. T. HARLEY, *D'yakonov-Perel' spin relaxation under electron-electron collisions in n-type QWs*, cond-mat/0305260 (2003), [11th Int. Symp. "Nanostructures: Physics and Technology", St. Petersburg, 2003, S. 273].
- ⁷³ L. E. GOLUB, persönliche Mitteilung, 2003.
- ⁷⁴ L. E. GOLUB, E. L. IVCHENKO, und R. YA. RASULOV, *Intersubband absorption of light in a semiconductor quantum well with a complex band structure*, Semiconductors **29**, 566 (1995), [Fiz. Tekh. Poluprovodn. **29**, 1093 (1995)].
- ⁷⁵ L. E. GOLUB und U. RÖSSLER, persönliche Mitteilung, 2002.
- ⁷⁶ I. S. GRADSHTEYN und I. M. RYZHIK, *Table of Integrals, Series and Products*, Academic Press, San Francisco, 1996.
- ⁷⁷ T. GUETTLER, A. L. C. TRIQUES, L. VERVOORT, R. FERREIRA, PH. ROUSIGNOL, P. VOISIN, D. RONDÌ, und J. C. HARMAND, *Optical polarization relaxation in $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -based quantum wells: Evidence of the interface symmetry-reduction effect*, Phys. Rev. B **58**, R10179 (1998).
- ⁷⁸ J. A. GUPTA, R. KNOBEL, N. SAMARTH, und D. D. AWSCHALOM, *Ultrafast Manipulation of Electron Spin Coherence*, Science **292**, 2458 (2001).
- ⁷⁹ A. R. HAMILTON, E. H. LINFIELD, M. J. KELLY, D. A. RITCHIE, G. A. C. JONES, und M. PEPPER, *Transition from one- to two-subband occupancy in the 2DEG of back-gated modulation-doped $\text{GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ heterostructures*, Phys. Rev. B **51**, 17600 (1995).
- ⁸⁰ P. R. HAMMAR und MARK JOHNSON, *Detection of Spin-Polarized Electrons Injected into a Two-Dimensional Electron Gas*, Phys. Rev. Lett. **88**, 66806 (2002).
- ⁸¹ K. HESS, *Impurity and phonon scattering in layered structures*, Appl. Phys. Lett. **35**, 484 (1979).
- ⁸² H. IBACH und H. LÜTH, *Festkörperphysik*, Springer, Berlin, 1990.
- ⁸³ IDL - Interactive Data Language, <http://www.rsinc.com/idl/>.
- ⁸⁴ E. L. IVCHENKO, persönliche Mitteilung, 2002.
- ⁸⁵ E. L. IVCHENKO, A. YU. KAMINSKI, und U. RÖSSLER, *Heavy-light hole mixing at zinc-blende (001) interfaces under normal incidence*, Phys. Rev. B **54**, 5852 (1996).

- ⁸⁶ E. L. IVCHENKO, A. YU. KAMINSKII, und I. L. ALEINER, *Exchange splitting of excitonic levels in types I and II superlattices*, JETP **77**, 3401 (1993), [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **104**, 3401 (1993)].
- ⁸⁷ E. L. IVCHENKO und G. E. PIKUS, *Superlattices and Other Heterostructures*, Springer, Berlin, 1997.
- ⁸⁸ E. L. IVCHENKO, A. A. TOROPOV, und P. VOISIN, *Interface optical anisotropy in a heterostructure with different cations and anions*, Phys. Solid State **40**, 1925 (1998).
- ⁸⁹ H. M. JAMES, *Electronic States in Perturbed Periodic Systems*, Phys. Rev. **76**, 1611 (1949).
- ⁹⁰ S. JORDA und U. RÖSSLER, *Group theory of electron states in quantum wells and heterostructures*, Superlatt. Microstruc. **8**, 481 (1990).
- ⁹¹ B. JUSSELAND, D. RICHARDS, H. PERIC, und B. ETIENNE, *Zero-Magnetic-Field Spin Splitting in the GaAs Conduction Band from Raman Scattering on Modulation-Doped Quantum Wells*, Phys. Rev. Lett. **69**, 848 (1992).
- ⁹² J. KAINZ, U. RÖSSLER, und R. WINKLER, *Anisotropic spin-splitting and spin-relaxation in asymmetric zinc blende semiconductor quantum structures*, Phys. Rev. B **68**, 075322 (2003).
- ⁹³ J. KAINZ, PETRA SCHNEIDER, S. D. GANICHEV, U. RÖSSLER, W. WEGSCHEIDER, D. WEISS, W. PRETTL, V. V. BEL'KOV, L. E. GOLUB, und D. SCHUH, *Hole Spin-Relaxation in Quantum Wells from Saturation of Inter-Subband Absorption*, Physica E (im Druck) (2004).
- ⁹⁴ E. O. KANE, *Energy band structure in p-type Germanium and Silicon*, J. Phys. Chem. Solids **1**, 82 (1956).
- ⁹⁵ E. O. KANE, *Band structure of Indium Antimonide*, J. Phys. Chem. Solids **1**, 249 (1957).
- ⁹⁶ E. O. KANE, *The $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ method*, in *Semiconductors and Semimetals*, herausgegeben von R. K. WILLARDSON und A. C. BEER, Band 1, Seite 75, Academic Press, New York, 1966.
- ⁹⁷ E. O. KANE, *Energy Band Theory*, in *Handbook on Semiconductors - Band Theory and Transport Properties*, herausgegeben von T. S. MOSS und W. PAUL, Band 1, Seite 193, North-Holland, Amsterdam, 1982.
- ⁹⁸ J. M. KIKKAWA und D. D. AWSCHALOM, *Resonant Spin Amplification in n-Type GaAs*, Phys. Rev. Lett. **80**, 4313 (1998).

-
- ⁹⁹ J. M. KIKKAWA und D. D. AWSCHALOM, *Lateral drag of spin coherence in gallium arsenide*, Nature **397**, 139 (1999).
- ¹⁰⁰ J. M. KIKKAWA, I. P. SMORCHKOVA, N. SAMARTH, und D. D. AWSCHALOM, *Room-Temperature Spin Memory in Two-Dimensional Electron Gases*, Science **277**, 1284 (1997).
- ¹⁰¹ W. KLEBER, *Einführung in die Kristallographie*, VEB Verlag Technik, Berlin, 1971.
- ¹⁰² W. KNAP, C. SKIERBISZEWSKI, A. ZDUNIAK, E. LITWIN-STASZEWSKA, D. BERTHO, F. KOBBI, J. L. ROBERT, G. E. PIKUS, F. G. PIKUS, S. V. IORDANSKII, V. MOSSER, K. ZEKENTES, und YU. B. LYANDA-GELLER, *Weak antilocalization and spin precession in quantum wells*, Phys. Rev. B **53**, 3912 (1996).
- ¹⁰³ M. KOHL, M. R. FREEMAN, D. D. AWSCHALOM, und J. M. HONG, *Femtosecond spectroscopy of carrier-spin relaxation in GaAs-Al_xGa_{1-x}As quantum wells*, Phys. Rev. B **44**, 5923 (1991).
- ¹⁰⁴ W. KOHN und J. M. LUTTINGER, *Quantum theory of electrical transport phenomena*, Phys. Rev. **108**, 590 (1957).
- ¹⁰⁵ K. I. KOLOKOLOV, S. D. BENESLAVSKI, N. YA. MININA, und A. M. SAVIN, *Far-infrared intersubband absorption in p-type GaAs/Al_xGa_{1-x}As single heterojunctions under uniaxial compression*, Phys. Rev. B **63**, 195308 (2001).
- ¹⁰⁶ V. L. KOMOLOV, I. D. YAROSHETSKII, und I. N. YASSIEVICH, *Bleaching associated with intraband transitions in semiconductors*, Sov. Phys. Semicond. **11**, 48 (1977), [Fiz. Tekh. Poluprovodn. **11**, 85 (1977)].
- ¹⁰⁷ G. F. KOSTER, *Space Groups and Their Representations*, Academic Press, New York, 1957.
- ¹⁰⁸ O. KREBS, W. SEIDEL, J. P. ANDRÉ, D. BERTHO, C. JOUANIN, und P. VOISIN, *Investigations of giant ‘forbidden’ optical anisotropy in GaInAs-InP quantum well structures*, Semicond. Sci. Technol. **12**, 938 (1997).
- ¹⁰⁹ O. KREBS und P. VOISIN, *Giant optical anisotropy of semiconductor heterostructures with no common atom and the quantum-confined Pockels effect*, Phys. Rev. Lett. **77**, 1829 (1996).
- ¹¹⁰ R. LASSNIG, *$\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ theory, effective-mass approach, and spin splitting for two-dimensional electrons in GaAs-GaAlAs heterostructures*, Phys. Rev. B **31**, 8076 (1985).

- ¹¹¹ W. H. LAU, J. T. OLESBERG, und M. E. FLATTÉ, *Electron-spin decoherence in bulk and quantum-well zinc-blende semiconductors*, Phys. Rev. B **64**, 161301(R) (2001).
- ¹¹² K. LEE, M. S. SHUR, T. J. DRUMMOND, und H. MORKOÇ, *Low field mobility of 2-d electron gas in modulation doped $Al_xGa_{1-x}As$ /GaAs layers*, J. Appl. Phys. **54**, 6432 (1983).
- ¹¹³ P.-O. LÖWDIN, *Studies in Perturbation Theory. IV. Solution of Eigenvalue Problem by Projection Operator Formalism*, J. Math. Phys. **3**, 969 (1962).
- ¹¹⁴ M. LUNDSTROM, *Fundamentals of carrier transport*, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- ¹¹⁵ J. LUO, H. MUNEKATA, F. F. FANG, und P. J. STILES, *Effects of inversion asymmetry on electron energy band structures in GaSb/InAs/GaSb quantum wells*, Phys. Rev. B **41**, 7685 (1990).
- ¹¹⁶ J. M. LUTTINGER und W. KOHN, *Motion of Electrons and Holes in Perturbed Periodic Fields*, Phys. Rev. **97**, 869 (1955).
- ¹¹⁷ J. M. LUTTINGER und W. KOHN, *Quantum theory of electrical transport phenomena. II*, Phys. Rev. **109**, 1892 (1958).
- ¹¹⁸ R. MAGRI und S. OSSICINI, *Role of symmetry reduction in the polarization dependence of the optical absorption in non-common-atom superlattices*, Phys. Rev. B **58**, R1742 (1998).
- ¹¹⁹ R. MAGRI und A. ZUNGER, *Anticrossing and coupling of light-hole and heavy-hole states in (001) GaAs/ $Al_{1-x}Ga_x$ As heterostructures*, Phys. Rev. B **62**, 10364 (2000).
- ¹²⁰ A. A. MAKSIMOV, S. V. ZAITSEV, P. S. DOROZHUKIN, V. D. KULAKOVSKII, I. I. TARTAKOVSKII, D. R. YAKOVLEV, W. OSSAU, L. HANSEN, G. LANDWEHR, und A. WAAG, *Interface Properties and in-Plane Linear Photoluminescence Polarization in Highly Excited Type-II ZnSe/BeTe Heterostructures*, phys. stat. sol. (b) **229**, 35 (2002).
- ¹²¹ A. MALINOWSKI, R. S. BRITTON, T. GREVATT, R. T. HARLEY, D. A. RITCHIE, und M. Y. SIMMONS, *Spin relaxation in GaAs/ $Al_xGa_{1-x}As$ quantum wells*, Phys. Rev. B **62**, 13034 (2000).
- ¹²² Maple, <http://www.maplesoft.com>.

- ¹²³ V. A. MARUSHCHAK, M. N. STEPANOVA, und A. N. TITKOV, *Spin relaxation of conduction electrons in moderately doped gallium arsenide crystals*, Sov. Phys. Solid State **25**, 2035 (1983), [Fiz. Tverd. Tela, **25**, 3537 (1983)].
- ¹²⁴ H. MAYER und U. RÖSSLER, *Spin splitting and anisotropy of cyclotron resonance in the conduction band of GaAs*, Phys. Rev. B **44**, 9048 (1991).
- ¹²⁵ R. MELLITI, P. TRONC, E. MAO, A. MAJERFELD, und J. DEPEYROT, *Valence-band structure and optical absorption in p-type GaAs-Al_{0.3}Ga_{0.7}As multi-quantum-well infrared photodetectors under an electric field*, Superlatt. Microstr. **23**, 1037 (1998).
- ¹²⁶ R. C. MILLER, D. A. KLEINMAN, JR. W. A. NORDLAND, und A. C. GOSSARD, *Luminescence studies of optically pumped quantum wells in GaAs-Al_xGa_{1-x}As multilayer structures*, Phys. Rev. B **22**, 863 (1980).
- ¹²⁷ R. A. MORROW und K. R. BROWNSTEIN, *Model effective-mass Hamiltonians for abrupt heterojunctions and the associated wave-function-matching conditions*, Phys. Rev. B **30**, 678 (1984).
- ¹²⁸ L. MUÑOZ, E. PÉREZ, L. VIÑA, und K. PLOOG, *Spin relaxation in intrinsic GaAs quantum wells: Influence of excitonic localization*, Phys. Rev. B **51**, 4247 (1995).
- ¹²⁹ W. NOLTING, *Grundkurs: Theoretische Physik - 5. Quantenmechanik, Teil 2: Methoden und Anwendungen*, Zimmermann-Neufang, Ulmen, 1994.
- ¹³⁰ W. NOLTING, *Grundkurs: Theoretische Physik - 3. Elektrodynamik*, Zimmermann-Neufang, Ulmen, 1996.
- ¹³¹ W. NOLTING, *Grundkurs: Theoretische Physik - 5. Quantenmechanik, Teil 1: Grundlagen*, Zimmermann-Neufang, Ulmen, 1997, S. 228, 238ff.
- ¹³² Y. OHNO, persönliche Mitteilung, 2003.
- ¹³³ Y. OHNO, R. TERAUCHI, T. ADACHI, F. MATSUKURA, und H. OHNO, *Electron spin relaxation beyond D'yakonov-Perel' interaction in GaAs/AlGaAs quantum wells*, Physica E **6**, 817 (2000).
- ¹³⁴ J. T. OLESBERG, W. H. LAU, M. E. FLATTÉ, C. YU, , E. ALTUNKAYA, E. M. SHAW, T. C. HASENBERG, und T. F. BOGGESE, *Interface contributions to spin relaxation in a short-period InAs/GaSb superlattice*, Phys. Rev. B **64**, 201301 (2001).

- ¹³⁵ D. A. PARSHIN und A. R. SHABAEV, *Theory of linear IR absorption by semiconductors with degenerate bands*, Sov. Phys. JETP **65**, 827 (1987), [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **92**, 1471 (1987)].
- ¹³⁶ A. G. PETROV und A. YA. SHIK, *Absorption of light by holes in quantum wells*, Semiconductors **28**, 1204 (1994), [Fiz. Tekh. Poluprovodn. **28**, 2193 (1994)].
- ¹³⁷ P. PFEFFER, *Spin splitting of conduction energies in GaAs-Ga_{0.70}Al_{0.30}As heterojunctions at $B = 0$ and $B \neq 0$ due to inversion asymmetry*, Phys. Rev. B **55**, R7359 (1997).
- ¹³⁸ S. PICOZZI, A. CONTINENZA, und A. J. FREEMAN, *Influence of growth direction and strain conditions on the band lineup at GaSb/InSb and InAs/InSb interfaces*, Phys. Rev. B **53**, 10852 (1996).
- ¹³⁹ F. G. PIKUS und G. E. PIKUS, *Conduction-band spin splitting and negative magnetoresistance in A₃B₅ heterostructures*, Phys. Rev. B **51**, 16928 (1995).
- ¹⁴⁰ G. E. PIKUS, V. A. MARUSHCHAK, und A. N. TITKOV, *Spin splitting of energy bands and spin relaxation of carriers in cubic III-V crystals (Review)*, Sov. Phys. Semicond. **22**, 115 (1988).
- ¹⁴¹ G. E. PIKUS und A. N. TITKOV, *Spin Relaxation under Optical Orientation in Semiconductors*, in *Optical Orientation*, herausgegeben von F. MEIER und B. P. ZAKHARCHENYA, Elsevier, Amsterdam, 1984.
- ¹⁴² G. A. PRINZ, *Magnetoelectronics*, Science **282**, 1660 (1998).
- ¹⁴³ D. RICHARDS, B. JUSSELAND, G. ALLAN, C. PRIESTER, und B. ETIENNE, *Electron spin-flip Raman scattering in asymmetric quantum wells: spin orientation*, Solid-State Electronics **40**, 127 (1996).
- ¹⁴⁴ D. RICHARDS, B. JUSSELAND, H. PERIC, und B. ETIENNE, *Intrsubband excitations and spin-splitting anisotropy in GaAs modulation-doped quantum wells*, Phys. Rev. B **47**, 16028 (1993).
- ¹⁴⁵ B. K. RIDLEY, *Quantum Processes in Semiconductors*, Clarendon Press, Oxford, 1993.
- ¹⁴⁶ U. RÖSSLER, *Nonparabolicity and warping in the conduction band of GaAs*, Solid State Commun. **49**, 943 (1984).
- ¹⁴⁷ U. RÖSSLER und J. KAINZ, *Microscopic interface asymmetry and spin-splitting of electron subbands in semiconductor quantum structures*, Solid State Commun. **121**, 313 (2002).

- ¹⁴⁸ U. RÖSSLER, F. MALCHER, und G. LOMMER, *Spin-Splitting in Structured Semiconductors*, Springer Series in Solid-State Sciences **87**, 376 (1989).
- ¹⁴⁹ J. J. SAKURAI, *Modern Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, New York, 1994.
- ¹⁵⁰ TH. SCHÄPERS, G. ENGELS, J. LANGE, TH. KLOCKE, M. HOLLFELDER, und H. LÜTH, *Effect of the heterointerface on the spin splitting in modulation doped $In_xGa_{1-x}As/InP$ quantum wells für $B \rightarrow 0$* , J. Appl. Phys. **83**, 4324 (1998).
- ¹⁵¹ G. SCHMIDT, D. FERRAND, L. W. MOLENKAMP, A. T. FILIP, und B. J. VAN WEES, *Fundamental obstacle for electrical spin injection from a ferromagnetic metal into a diffusive semiconductor*, Phys. Rev. B **62**, R4790 (2000).
- ¹⁵² PETRA SCHNEIDER, *Spin-Photoströme in Halbleiter-Quantenstrukturen bei Terahertz-Laseranregung*, Diplomarbeit, Universität Regensburg, 2002.
- ¹⁵³ PETRA SCHNEIDER, S.D. GANICHEV, J. KAINZ, U. RÖSSLER, W. WEGSCHEIDER, D. WEISS, W. PRETTL, V. V. BEL'KOV, L.E. GOLUB, und D. SCHUH, *Spin-sensitive bleaching and spin relaxation in QWs*, phys. stat. sol. (b) **238**, 533 (2003).
- ¹⁵⁴ PETRA SCHNEIDER, J. KAINZ, S.D. GANICHEV, V. V. BEL'KOV, S. N. DANILOV, M. GLAZOV, L.E. GOLUB, U. RÖSSLER, W. WEGSCHEIDER, D. WEISS, D. SCHUH, und W. PRETTL, *Spin relaxation times of 2D holes from spin sensitive bleaching of inter-subband absorption*, J. Appl. Phys. (eingereicht) (2003).
- ¹⁵⁵ J. N. SCHULMAN und Y.-C. CHANG, *Band mixing in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. B **31**, 2056 (1985).
- ¹⁵⁶ L. J. SHAM, *Spin relaxation in semiconductor quantum wells*, J. Phys.: Condens. Matter **5**, A51 (1993).
- ¹⁵⁷ L. J. SHAM, *Closer to coherence control*, Science **277**, 1258 (1997).
- ¹⁵⁸ J. SINGH, *Physics of Semiconductors and their Heterostructures*, McGraw-Hill, New York, 1993.
- ¹⁵⁹ J. C. SLATER, *Electrons in Perturbed Periodic Lattices*, Phys. Rev. **76**, 1592 (1949).
- ¹⁶⁰ C. P. SLICHTER, *Principles of Magnetic Resonance*, Harper & Row, New York, 1963.
- ¹⁶¹ C. P. SLICHTER, *Principles of Magnetic Resonance*, Springer, Berlin, 1989.
- ¹⁶² D. L. SMITH und C. MAILHOT, *$\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ theory of semiconductor superlattice electronic structure. I. Formal results*, Phys. Rev. B **33**, 8345 (1986).

- ¹⁶³ R. SOORYAKUMAR, A. PINCZUK, A. C. GOSSARD, D. S. CHEMLA, und L. J. SHAM, *Tuning of the Valence-Band Structure of GaAs Quantum Wells by Uniaxial Stress*, Phys. Rev. Lett. **58**, 1150 (1987).
- ¹⁶⁴ V. SRINIVAS, Y. J. CHEN, und C. E. C. WOOD, *Spin relaxation of two-dimensional electrons in GaAs quantum wells*, Phys. Rev. B **47**, 10907 (1993).
- ¹⁶⁵ A. TACKEUCHI, Y. NISHIKAWA, und O. WADA, *Room-temperature electron spin dynamics in GaAs/AlGaAs quantum wells*, Appl. Phys. Lett. **68**, 797 (1996).
- ¹⁶⁶ E. E. TAKHTAMIROV und V. A. VOLKOV, *Envelope-function method for the conduction band in graded heterostructures*, Semicond. Sci. Technol. **12**, 77 (1997).
- ¹⁶⁷ R. TERAUCHI, Y. OHNO, T. ADACHI, A. SATO, F. MATSUKARA, A. TACKEUCHI, und H. OHNO, *Carrier Mobility Dependence of Electron Spin Relaxation in GaAs Quantum Wells*, Jpn. J. Appl. Phys. **38**, 2549 (1999).
- ¹⁶⁸ A. A. TOROPOV, E. L. IVCHENKO, O. KREBS, S. CORTEZ, P. VOISIN, und J. L. GENTNER, *Excitonic contributions to the quantum-confined Pockels effect*, Phys. Rev. B **63**, 035302 (2000).
- ¹⁶⁹ A. A. TOROPOV, S. V. SOROKIN, T. V. SHUBINA, O. V. NEKRUTKINA, D. D. SOLNYSHKOV, S. V. IVANOV, A. WAAG, und G. LANDWEHR, *Optical anisotropy on non-common-atom quantum wells and dots: effects of interface symmetry reduction*, phys. stat. sol. (a) **195**, 551 (2003).
- ¹⁷⁰ H.-R. TREBIN, U. RÖSSLER, und R. RANVAUD, *Quantum resonances in the valence bands of zinc-blende semiconductors. I. Theoretical aspects*, Phys. Rev. B **20**, 686 (1979).
- ¹⁷¹ A. TWARDOWSKI und C. HERMANN, *Variational calculation of polarization of quantum-well photoluminescence*, Phys. Rev. B **35**, 8144 (1997).
- ¹⁷² T. UENOYAMA und L. J. SHAM, *Carrier relaxation and luminescence polarization in quantum wells*, Phys. Rev. B **42**, 7114 (1990).
- ¹⁷³ L. VERVOORT, R. FERREIRA, und P. VOISIN, *Effects of interface asymmetry on hole subband degeneracies and spin-relaxation rates in quantum wells*, Phys. Rev. B **56**, R12744 (1997).
- ¹⁷⁴ L. VERVOORT, R. FERREIRA, und P. VOISIN, *Spin-splitting of the subbands of InGaAs-InP and other 'no common atom' quantum wells*, Semicond. Sci. Technol. **14**, 227 (1999).

- ¹⁷⁵ H. VOGEL, *Gerthsen Physik*, Springer, Berlin, 1995.
- ¹⁷⁶ L. E. VOROB'EV, D. V. DONETSKII, und L. E. GOLUB, *Absorption and emission of far-IR radiation by hot holes in GaAs/AlGaAs quantum wells*, JETP Lett. **63**, 977 (1996), [Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **63**, 977 (1996)].
- ¹⁷⁷ S. R. WHITE, G. E. MARGUES, und L. J. SHAM, *Effective-mass theory for electrons in heterostructures*, J. Vac. Sci. Technol. **21**, 544 (1982).
- ¹⁷⁸ Z. WILAMOWSKI und W. JANTSCH, *The longitudinal spin relaxation of 2d electrons in Si/SiGe quantum wells in a magnetic field*, cond-mat/0112466 (2001).
- ¹⁷⁹ Z. WILAMOWSKI, W. JANTSCH, H. MALISSA, und U. RÖSSLER, *Evidence and evaluation of the Bychkov-Rashba effect in SiGe/Si/SiGe quantum wells*, Phys. Rev. B **66**, 195315 (2002).
- ¹⁸⁰ R. WINKLER, *Einteilchenzustände und Exzitonen in geschichteten Halbleiterstrukturen*, Dissertation, Universität Regensburg, 1994.
- ¹⁸¹ R. WINKLER, persönliche Mitteilung, 2001, EFA-Programm inklusive Sammlung von Bandparametern und Erweiterung zur Behandlung des Interface-Terms.
- ¹⁸² R. WINKLER, *Rashba spin splitting and Ehrenfest's theorem*, in *The 15th International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems – Conference Workbook*, Seite 920, Nara, Japan, 2003, eingereicht bei Physica E.
- ¹⁸³ R. WINKLER, *Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems*, Springer, Berlin, 2003.
- ¹⁸⁴ R. WINKLER und A. I. NESVIZHSHII, *Anisotropic hole subband states and interband optical absorption in [mmn]-oriented quantum wells*, Phys. Rev. B **53**, 9984 (1996).
- ¹⁸⁵ R. WINKLER und U. RÖSSLER, *General approach to the envelope-function approximation based on a quadrature method*, Phys. Rev. B **48**, 8918 (1993).
- ¹⁸⁶ L. WISSINGER, *Anisotrope Spinaufspaltung der Elektronen und Löcher in GaAs-Ga_{1-x}Al_xAs Quantenstrukturen*, Diplomarbeit, Universität Regensburg, 1998.
- ¹⁸⁷ L. WISSINGER, U. RÖSSLER, R. WINKLER, B. JUSSERAND, und D. RICHARDS, *Spin splitting in the electron subband of asymmetric GaAs/Al_xGa_{1-x}As quantum wells: The multiband envelope function approach*, Phys. Rev. B **58**, 15375 (1998).
- ¹⁸⁸ Y. YAFET, *g-Factor and Spin-Lattice Relaxation of Conduction Electrons*, in *Solid State Physics: Advances in Research and Applications*, herausgegeben von F. SEITZ und D. TURNBULL, Band 14, Academic Press, New York, 1963.

- ¹⁸⁹ D. K. YOUNG, J. A. GUPTA, E. JOHNSTON-HALPERIN, R. EPSTEIN, Y. KATO, und D. D. AWSCHALOM, *Optical, electrical and magnetic manipulation of spins in semiconductors*, Semicond. Sci. Technol. **17**, 275 (2002).
- ¹⁹⁰ S. V. ZAITSEV, A. A. MAKSIMOV, V. D. KULAKOVSKII, I. I. TARTAKOVSKII, D. R. YAKOVLEV, W. OSSAU, L. HANSEN, G. LANDWEHR, und A. WAAG, *Interface properties and in-plane linear photoluminescence polarization in highly excited type-II ZnSe/BeTe heterostructures with equivalent and nonequivalent interfaces*, J. Appl. Phys. **91**, 652 (2002).
- ¹⁹¹ M. ZIESE und M. J. THORNTON (Hrsg.), *Spin Electronics*, Springer, Berlin, 2001, S. 3.

Dank

Viele Menschen hinterlassen Spuren;
nur wenige hinterlassen Eindrücke.

WERNER MITSCH

Im Laufe der vergangenen Jahre hatte ich das Glück, zahlreichen Menschen zu begegnen, die mich in vielfacher Hinsicht „beeindruckt“ haben. Sie haben in unterschiedlicher Weise zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Dafür möchte ich mich an dieser Stelle bedanken:

An erster Stelle danke ich meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. Ulrich Rößler. Durch seine engagierte Betreuung und Förderung versteht er es, optimale Rahmenbedingungen für eigenverantwortliches Arbeiten zu schaffen. In der Arbeitsgruppe herrscht ein hervorragendes Klima, das er durch seine persönliche und vertrauensvolle Art entscheidend geprägt hat.

Danken möchte ich auch Herrn Privatdozent Dr. habil. Michael Suhrke, der bis zu seinem Ausscheiden zu dem kooperativen und angenehmen Umfeld wesentlich beitragen konnte. Durch zahlreiche Diskussionen über physikalische und nicht-physikalische Themen bereicherte er unseren Alltag.

Herrn Privatdozent Dr. habil. Roland Winkler danke ich ganz herzlich für die persönliche Einführung in seine Programme und deren Erweiterung um den Interface-Term. Für meine zahlreichen Fragen dazu sowie zur $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Theorie im allgemeinen hatte er immer eine umfassende Antwort.

Prof. Dr. Sergey Ganichev und Petra Schneider danke ich für die Aufnahme ins „Team“ sowie für viele Erklärungen zu den photogalvanischen Effekten und ihren Experimenten dazu.

Herrn Dr. Leonid E. Golub danke ich für die Diskussionen zum Thema Spinrelaxa-

tion und seine Einführung in die Berechnung von Absorptionskoeffizienten.

Angela Reißer, der „guten Seele“ des Lehrstuhls, danke ich für die kompetente und bereitwillige Hilfe bei vielen organisatorischen Kleinigkeiten.

Viel Freude hatte ich an den unbeschwerten und lustigen Mittagsstunden mit den Mitgliedern der Kaffeerrunde. Allen Mitgliedern des Lehrstuhls Prof. Schröder bzw. Prof. Richter danke ich für die freundliche Aufnahme und die allzeit praktizierte Hilfsbereitschaft. Die gute Atmosphäre und fröhliche Stimmung am Lehrstuhl erleichterten nicht nur die Arbeit, sondern machten auch den persönlichen Umgang angenehm.

Dank gebührt dabei besonders den Kollegen in der Arbeitsgruppe Roland, Michael, Andreas und Christian für viele Tips und Ratschläge sowie für die schöne Zeit miteinander.

Es war mir eine wirkliche Freude, mit Michael, Harald und Christian (in chronologischer Reihenfolge) das Büro zu teilen. Danke für all die vielen, netten Kleinigkeiten sowie die entspannten, tiefgründigen oder humorvollen Gespräche!

Meinen Lektoren Christian, Harald und Stephan danke ich für ihre Mühe und für viele konstruktive Korrekturvorschläge. Sehr gefreut habe ich mich über die Bereitschaft zu „Nachtschichten“ in der Schlußphase dieser Arbeit.

In EDV-Angelegenheiten haben Fritz Wunsch und Rudi Holzer immer ein offenes Ohr für unsere Wünsche und Anliegen. Dafür und für die gute Zusammenarbeit bei der Betreuung am Lehrstuhl ein herzliches Dankeschön! Ebenfalls zu Dank verpflichtet bin ich Christoph Bauer sowie Christian Guggenberger und dem ganzen Linux-Support-Team für ihre zuverlässige Arbeit und die unkomplizierte Hilfe bei Computer-Problemen. Für die freundschaftliche Zusammenarbeit und das viele, was ich dabei lernen durfte, danke ich meinen Vorgängern und Kollegen in der lokalen Rechnerbetreuung: Holger Hehl, Nils Mahnke, Andreas Jung, Wolfgang Kugler und Christian Lechner.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Universität Regensburg danke ich für die finanzielle Unterstützung.

Danken möchte ich auch allen meinen Freunden für so manches ermutigende Wort und das Vertrauen in mich.

Der Dank an meine Eltern läßt sich mit Worten nur ungenügend ausdrücken. Ihre bereitwillige Unterstützung und ihr Rückhalt sind von großer Bedeutung für mich. Damit trugen sie erheblich zum Gelingen nicht nur dieser Arbeit bei.